SOLUCIONARIO

Razonamiento matemático

3.°

Editorial San Marcos



Unidad 1

Planteo de ecuaciones

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 12)

1 Según el enunciado:

n.° habitaciones 1.er piso = x

n.° habitaciones 2.° piso = x/2

Además hay 48 habitaciones:

$\Rightarrow x + \dfrac{x}{2} = 48 \Rightarrow \dfrac{3x}{2} = 48$

$\Rightarrow 3x = 48 . 2 \Rightarrow x = \dfrac{96}{3} = 32$

$\therefore$ En el segundo piso hay: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{32}{2} = 16$ **Clave D**

2 Sean:

Primer número = x

Segundo número = y

Según el enunciado del problema:

x – y = 30 (x mayor que y)

x – 10 = 3y

Luego, planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{r} x - \ \ y = 30 \\ x - 3y = 10 \end{array} \ (-)$$

$(-y) - (-3y) = 20$

$-y + 3y = 20$

$2y = 20$

$y = 10 \Rightarrow x = 40$

$\therefore$ El producto de los números es:

$y . x = 10 \times 40 = 400$ **Clave A**

3 Total de animales = x

n.° gallinas = x/2

n.° pavos = x/10

n.° patos = x/3

n.° pollos = 150

$\Rightarrow \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{10} + \dfrac{x}{3} + 150 = x$

$x - \dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{10} - \dfrac{x}{3} = 150$

$\dfrac{30x - 15x - 3x - 10x}{30} = 150$

$30x - 28x = 150 . 30 \Rightarrow x = 2250$

$\therefore$ Total de animales: x = 2250 **Clave A**

4 Sean n.° de felinos = x

n.° de aves = y

Cada felino tiene 4 patas y las aves 2.

$\Rightarrow \div 2 \left(4x + 2y = 160 \right. \leftarrow$ (total de patas)

$$\begin{array}{r} 2x + y = 80 \\ x + y = 50 \end{array} \ (-)$$

$2x - x = 80 - 50$

$\therefore$ n.° de felinos es: x = 30 **Clave B**

5 Sean: n.° polos calidad 1 = x
n.° polos calidad 2 = y $\Rightarrow x + y = 36$ ...(1)

Ahora:

Precio polos calidad 1 = 18x
Precio polos calidad 2 = 15y $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{r} 18x + 15y = 600 \\ 6x + 5y = 200 \end{array}\right) \div 3$ ...(2)

Formando el sistema de ecuaciones de (1) y (2):

$$\begin{array}{r} 5 \times (x + y = 36) \\ 6x + 5y = 200 \end{array} \ (-)$$

$6x - 5x = 200 - 36 . 5$

$\therefore$ Polos calidad 1: x = 20 **Clave A**

6 Al principio tenía x

Gasta	Queda
30	x – 30
$\frac{3}{4}(x - 30)$	$(x - 30) - \frac{3}{4}(x - 30) = \frac{1}{4}(x - 30)$

Finalmente: $\dfrac{1}{4}(x - 30) = 30$

$x - 30 = 120$

$\therefore$ Al principio tenía: x = 150 **Clave E**

7 Sea el número: x

Planteando la ecuación tenemos:

8x – 60 = 60 – 7x

$8x + 7x = 60 + 60 \Rightarrow x = 8$

$\therefore$ El número es: x = 8 **Clave C**

8 Sean:

Lo que tengo = T

Lo que debo = D

$\Rightarrow T + D = 2200$

Ahora, si pagara lo que debo: $\Rightarrow T - D = 1000$

Finalmente planteando el sistema de ecuaciones tenemos:

$$\begin{array}{r} T + D = 2200 \\ T - D = 1000 \end{array} \ (-)$$

$D - (-D) = 2200 - 1000$

$2D = 1200$

$\therefore$ Lo que debo es: D = 600 **Clave D**

9 Sea dicho número: x

Del enunciado tenemos:

$\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{8} = x - 1$

$\dfrac{4x + 2x + x}{8} = x - 1$

$\dfrac{7x}{8} = x - 1$

$7x = 8(x - 1) \Rightarrow x = 8$

$\therefore$ El número es: x = 8 **Clave D**

10 Sean:

n.° de personas que compran el auto: n

Cada persona paga por el auto: n + 194

$\Rightarrow n(n + 194) = 1200$

$n(n + 194) = 6 . 200$

$\therefore n = 6$ **Clave A**

11 Según el enunciado:

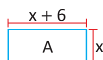
Yo: 4x	Yo: 3(x + 5)
Tú: x	Luego Tú: x + 5

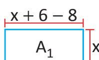


$\Rightarrow\ 4x = 3(x + 5)$
$4x = 3x + 15$
$4x - 3x = 15$
$x = 15$
$\therefore$ Se diferencian:
$4x - x = 3x = 3 \,.\, 15 = 45$
Clave A

12 Sean las cantidades:
Primero: a
Segundo: b
Tercero: c
Cuarto: d
Del enunciado:
$a + 1 = b - 4 = 2c = \frac{d}{2}$
Total de manzanas: 300
$\Rightarrow\ a + b + c + d = 300$
$\Rightarrow\ (2c - 1) + (2c + 4) + c + 4c = 300$
$\therefore$ El tercero tiene: $c = 33$
Clave E

13 Sean: patos, pavos y gallinas
patos + pavos = 5 ...(1)
patos + gallinas = 7 ...(2)
gallinas + pavos = 4 ...(3)
Sumamos las ecuaciones:
2(patos + pavos + gallinas) = 16
patos + pavos + gallinas = 8 ...(4)
Reemplazando (2) en (4):
Pavos + 7 = 8
$\therefore$ El número de pavos es 1.
Clave C

14 Sea: 

Dato: 

Pero $A = A_1$
$(x + 6)x = (x - 2)\ 2x$
$x + 6 = (x - 2) \,.\, 2$
$x + 6 = 2x - 4$
$6 + 4 = 2x - x \Rightarrow 10 = x$
$\therefore$ El perímetro es:
$2(x + 6 + x) = 2(2x + 6)$
$= 2(2 \,.\, 10 + 6)$
$= 52$ m
Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 14)

1 Cesto 1: $x + 10$
Cesto 2: x
Cesto 3: $x - 5$
Entonces:
$(x + 10) + (x) + (x - 5) = 575$
$3x + 5 = 575$
$3x = 570$
$x = 190$
Clave A

2 Sea a el número:
$3a + 4 = 2a + 14$
$a = 10$ **Clave A**

3 $5 + x = \frac{2}{5}(35 + x)$
$25 + 5x = 70 + 2x$
$3x = 45\ \Rightarrow\ x = 15$
Clave B

4 Gallinas: $x/2$
Patos: $x/5$
Pavos: $x/9$
Pollos: 510
$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} + \frac{x}{9} + 510 = x$
$\therefore\ x = 2250$
Clave B

5 36 vacas en total:
Al mayor: $\frac{36}{2} = 18$ vacas
Al segundo: $\frac{36}{3} = 12$ vacas
Al tercero: $\frac{36}{9} = 4$ vacas
Saldo: $36 - 34 = 2$ vacas
Clave D

6 x: número de manzanas
$\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 1$
$12x = 10x + 10 \times 12$
$2x = 10 \times 12$
$x = 5 \times 12 = 60$
Clave D

7 Sean:
x asistentes (1.er encuentro)
3x asistentes (2.° encuentro)
$(3x)(8) - (x)(5) = 380\,000$
$24x - 5x = 380\,000$
$19x = 380\,000$
$x = 20\,000$
$\therefore$ 2.° encuentro: $3x = 60\,000$
Clave C

8 Arroz: x
Azúcar: $(24 - x)$
$2x + 3(24 - x) = 64$
$2x + 72 - 3x = 64$
$-x = 64 - 72$
$x = 8$
Clave A

9 Adultos: x
Niños: $8 - x$
$8x + 5(8 - x) = 49$
$8x + 40 - 5x = 49$
$3x = 9 \Rightarrow x = 3$
$\therefore$ 5 niños y 3 adultos.
Clave B

10 Hombres: x
Mujeres: $40 - x$
$3x - 8 = \frac{40 - x}{2}$
$6x - 16 = 40 - x$
$7x = 56\ \Rightarrow x = 8$ **Clave A**

NIVEL 2 (página 15)

11 (x) y (x . 4)
$(x)(4x) + 456 = (x + 6)(4x + 6)$
Entonces:
$456 - 36 = 30x$
$x = 14$
$\therefore\ x + 4x = 5x = 70$ **Clave A**

12 $a + b + c = 14\,250$
$\downarrow\ \ \downarrow$
$11x\ \ 3x$
$11x - 3x = 600 \Rightarrow x = 75$
$a = 825;\ b = 225;\ c = 13\,200$
Clave B

13 Los números son: 4x; 3x
$2x - \frac{3x}{3} = 5 \Rightarrow x = 5$
$\therefore$ Número mayor:
$4x = 4(5) = 20$ **Clave C**

14 $x + (x + 1) = \frac{5}{4}x + \frac{49}{64}(x + 1)$
$2x + 1 = \frac{80x + 49(x + 1)}{64}$
$64(2x + 1) = 80x + 49x + 49$
$128x + 64 = 80x + 49x + 49$
$64 - 49 = (80 + 49 - 128)x$
$15 = x$
$\therefore$ Los números: 15 y 16
Clave D

15 $x = \frac{3}{4}(350 - x)$
$4x = 3 \times 350 - 3x$
$7x = 3 \times 350$
$x = 3 \times 50 = 150$
$\therefore$ Le queda: S/.200 **Clave B**

16 $\frac{5x}{6} + \frac{7}{9}(x + 1) = 33$
$45x + 42(x + 1) = 33 \times 6 \times 9$
$45x + 42x + 42 = 33 \times 54$
$87x = 1740$
$x = 20$ **Clave E**



17 $4,5x + 0,5y = 6,5$

$x = 4 \quad \wedge \quad y = 1$

Solo el caso B.

Clave B

18

Socios → Básquet: x; Fútbol: $5x$

$(5x)(100) + (x)(200) = 280\,000$

$500x + 200x = 280\,000$

$700x = 280\,000$

$x = 400$

Clave A

19 Juan: x; Julio: $600 - x$

$x + a = 600 - x - a$

$\Rightarrow x + a = 300$

$600 - x + a = 2(x - a)$

$600 - x + a = 2x - 2a$

$3x - 3a = 600$

$x - a = 200$

Luego:

$x + a = 300$

$x - a = 200$

$\therefore x = 250;\ a = S/.50$

Clave B

20 Sean:

x: Los libros que recibe P

y: Los libros que recibe Q

Del enunciado tenemos:

$x = mk$

$y = nk$

Luego:

$x + y = L$

$mk + nk = L$

$k = \frac{L}{m+n}$

P recibe $x = \frac{mL}{m+n}$ libros

Clave B

NIVEL 3 (página 16)

21 $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 424$

$4(2x)(1) = 424$

$\Rightarrow x = 53$

$\therefore$ El mayor: $2x + 1 = 107$

Clave C

22 Si tenía: x Perdió: $\frac{3}{5}x$

$\frac{2}{5}x + 10 = \frac{3}{5}x$

$2x + 50 = 3x \Rightarrow x = S/.50$

Clave D

23 x: días transcurridos

$\frac{x}{2} + \frac{365 - x}{3} = x$

$\frac{365 - x}{3} = \frac{x}{2}$

$730 - 2x = 3x$

$\Rightarrow 730 = 5x \Rightarrow x = 146$

$\therefore$ 26 de mayo.

Clave A

24 Sean:

x: el n.° de alumnos de la promoción

c: el gasto de la promoción

Del enunciado planteamos:

$750x + 2300 = c$

$800x - 2200 = c$

Igualando ambas expresiones:

$750x + 2300 = 800x - 2200$

$4500 = 50x$

$x = 90$

La forman 90 alumnos.

Clave A

25 Suma de lados $22 \Rightarrow x;\ (22 - x)$

$(x + 3)(18 - x) + 30 = (x)(22 - x)$

$\Rightarrow 54 + 30 = 22x - 18x + 3x$

$84 = 7x$

$x = 12$ m

Clave A

26 Jorge: x

Amigo: y

$x + 5 = y - 5 \Rightarrow x = y - 10$

$y + 10 = 3(x - 10)$

$y + 10 = 3(y - 10 - 10)$

$y + 10 = 3y - 60$

$70 = 2y \Rightarrow y = 35$

$\therefore x = 25$

Clave C

27 n.° hijos: x

Cantidad: N

$60x + 20 = N$

$70x - 30 = N$

$\Rightarrow 60x + 20 = 70x - 30$

$50 = 10x$

$x = 5$

$\therefore N = 60x + 20 = \$320$

Clave D

28 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{11}{2}(a - b)$ ...(1)

$\frac{a}{b} = \frac{6}{5} \Rightarrow a = 6k;\ b = 5k$

Reemplazando en (1): $k = 2$

$\therefore a - b = k = 2$

Clave C

29 Edad del padre: $5x$

Edad del hijo: x

$\frac{5x + 14}{x + 14} = \frac{7}{3}$

$15x + 42 = 7x + 98$

$8x = 56$

$x = 7$

$\therefore$ Edad del padre dentro de 6 años:

$5x + 6 = 41$

Clave E

30 Miguel: x

Javier: $x + 12$

$\frac{(x + 12) + 8}{x + 8} = \frac{2}{1}$

$x + 20 = 2x + 16$

$4 = x$

$\therefore$ La edad de Miguel dentro de 14 años es:

$x + 14 = 18$ años

Clave E

Edades

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 21)

1 Sea x la edad actual de Laura.

	Pasado	Presente
José	x/3	24
Laura	8	x

Del enunciado tenemos:

$x + \frac{x}{3} = 24 + 8 \Rightarrow \frac{4x}{3} = 32 \Rightarrow 4x = 96$

$\therefore$ Laura tiene: x = 24 años **Clave E**

2 Sean: J: edad de Jéssica
V. edad de Violeta

Del enunciado: $J + 6 = 3(V + 6)$

$J - 3V = 12$ ...(1)

Además: $J - 2 = 4V - 8$

$J - 4V = -6$ ...(2)

Resolviendo (1) y (2):

$\therefore$ V = 18 años $\wedge$ J = 66 años **Clave A**

3 Sea x la edad actual del niño.

	Hace 8 años	Presente	Dentro de 8 años
Niño	x – 8	x	x + 8

Del enunciado tenemos:

$(x - 8)(x + 8) = 105$ (diferencia de cuadrados)

$x^2 - 64 = 105$

$x^2 = 169$ $\therefore$ El niño tiene: x = 13 años

Clave C

4

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 8 años
Yo	x – 5	x	x + 8

Del enunciado tenemos

$4(x + 8) - 2(x - 5) = 19 + 3x$

$4x + 32 - 2x + 10 = 19 + 3x$

$42 - 19 = 3x - 2x \Rightarrow 23 = x$

$\therefore$ Actualmente tengo 23 años. **Clave D**

5

	Hace 3 años	Presente	Dentro de 3 años
Yo	x – 3	x	x + 3

Sea: x la edad actual que tengo

Del enunciado tenemos:

$3(x + 3) - 3(x - 3) = x$

$3x + 9 - 3x + 9 = x \Rightarrow 18 = x$

$\therefore$ Dentro de 10 años tendré: 18 + 10 = 28 años

Clave A

6 Sean:

x: la edad que tengo

y: la edad que tú tienes

Del enunciado tenemos:

$\frac{x+5}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x + 20 = 3y$ ...(1)

$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = y + 8$ ...(2)

De (1) y (2), obtenemos:

$x = 22 \wedge y = 36$ $\therefore$ Yo tengo 22 años.

Clave E

7 Sean: N: el año en qué nací
x: la edad que tengo actualmente

Del enunciado:

$(N + 12) + (N + 20) - (N + N + x) = 6$

$2N + 32 - 2N - x = 6$

$32 - x = 6 \Rightarrow x = 26$

$\therefore$ Actualmente tengo 26 años. **Clave B**

8 Sean: x: la edad del menor
y: la edad del intermedio
z: la edad del mayor

Del enunciado: $x + y + z = 30$

Además, hace 3 años, eran pares consecutivos:

$(x - 3) + (y - 3) + (z - 3) = 30 - 9$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$k + k + 2 + k + 4 = 21$

$k = 5$

$\Rightarrow z - 3 = k + 4$

$z = 5 + 4 + 3 = 12$ años

$\therefore$ La edad del mayor dentro de 30 años es 42 años.

Clave C

9 Sean: x: la edad que tengo actualmente
y: la edad que tú tienes actualmente

Del enunciado tenemos:

$\frac{x-5}{y-5} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3x + 10 = 5y$ ...(1)

Además:

$\frac{y+25}{x+25} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7y + 50 = 5x$ ...(2)

Resolviendo (1) y (2) obtenemos

$x = 80 \wedge y = 50$ $\therefore$ Tengo 80 años.

Clave D

10 Sea x la edad actual de Luis.

	Presente	Dentro de b años
Juan	x + a	x + a + b
Luis	x	x + b

Del enunciado tenemos:

$x + a + b = cx$

$a + b = c \cdot x - x$

$a + b = x(c - 1)$

$\frac{a+b}{c-1} = x$

$\therefore$ La edad de Luis es: $\frac{(a+b)}{(c-1)}$ años

Clave A

11 Sean las edades:

Juana: 20 + 24 + x

Hija: 24 + x

Nieta: x



⇒ Si la nieta tiene 11 años, entonces: $x = 11$

⇒ Juana = 55, Hija = 35 } La suma de las edades que ocultan es:

Juana: $55 - 45 = 10$

Hija: $35 - 30 = \frac{5}{15}$

Clave E

12

	Pasado	Presente	Futuro
Pedro	y	2x	63 – 2x
Juan	x	y	2x

Del enunciado tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 2y = 3x \\ 6x - y = 63 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 14 \\ y = 21 \end{array}$$

∴ La edad de Pedro es: $2x = 2 \cdot 14 = 28$ años

La edad de Juan es: $y = 21$ años

Clave A

13 Sea "a" los años que faltan.

	Presente	Dentro de "a" años
Padre	x	x + a
Hijo	y	y + a

Del enunciado tenemos:

$x + a = 4(y + a)$

$x + a = 4y + 4a$

$x - 4y = 4a - a$

$x - 4y = 3a$

∴ Dentro de a años: $\frac{x - 4y}{3}$ años

Clave E

14 Sean las edades actuales x; y; z

$x - 2 = 3k$ $\quad$ $x + 2 = 5m$

$y - 2 = 4k$ $\quad$ $y + 2 = 6m$

$z - 2 = 5k$ $\quad$ $z + 2 = 7m$

⇒ $\frac{x-2}{y-2} = \frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{6}$

$4x - 8 = 3y - 6$ $\quad$ $6x + 12 = 5y + 10$

$4x - 3y = 2$ $\quad$ $6x - 5y = -2$

Resolviendo obtenemos:

$x = 8$ $\quad$ ⇒ $x - 2 = 3k$

$y = 10$ $\quad$ $8 - 2 = 3k$

$k = 2$

⇒ $z = 5k + 2$

$z = 5(2) + 2$

$z = 12$

∴ Las edades son: $x = 8$ años

$y = 10$ años

$z = 12$ años

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 23)

1 Mi edad: 3x

Edad de mi hermano: 2x

Hace 3 años:

$3x - 3 = 3(2x - 3)$

$3x - 3 = 6x - 9$

$6 = 3x \Rightarrow x = 2$ $\quad$ ∴ Mi edad: $3x = 6$ años

Clave A

2 $x + 60 = 4(x)$

$60 = 3x$

$x = 20$

Hace 5 años: $20 - 5 = 15$ años

Clave E

3 $3(x + 3) - 3(x - 3) = x$

$3x + 9 - 3x + 9 = x$

18 años $= x$

Clave B

4 $2x - 13 = 50 - x$

$3x = 63$

$x = 21$

∴ $2(21 - 5) - 21 = 32 - 21 = 11$ años

Clave B

5 $30 + x = 4(x + 3)$

$30 + x = 4x + 12$

$30 - 12 = 3x$

$18 = 3x$

$x = 6$ años

Clave D

6 Sea el año de nacimiento: N

$(N + 15) + (N + 26) - (N + N + x) = 12$

$2N + 41 - 2N - x = 12$

$41 - 12 = x$

$x = 29$

∴ Suma de cifras: $2 + 9 = 11$

Clave C

7 Dentro de 8 años:

Suma de edades: 42

Diferencia de edades: 8

⇒ Edades: 25 y 17

Edades actuales: 17 y 9

Se pide x tal que: $17 - x = 3(9 - x)$

$17 - x = 27 - 3x$

$3x - x = 27 - 17$

$2x = 10$

$x = 5$ años

Clave D

8 Edades actuales de Juan y Pedro:

$J + P = 48$

Edad de María: M

$M = J - 4$

$M = P + 2$



$(M + 4) + (M - 2) = 48$

$2M = 46$

$M = 23$ años **Clave B**

9 Suma = 32 Edades: 19 y 13

Diferencia = 6

$\Rightarrow 1995 - 19 - 21 = 1955$ **Clave B**

10 Edad del padre (1918): 9x

Edad del hijo (1918): x

$1923 - 1918 = 5$

$\Rightarrow 9x + 5 = 5(x + 5)$

$9x + 5 = 5x + 25$

$4x = 20$

$x = 5$

$1940 - 1918 = 22$

Entonces, la edad del padre en 1940 fue:

$9x + 22 = 9(5) + 22 = 67$ años **Clave C**

NIVEL 2 (página 24)

11 $J + 6 = 3(V + 6)$

$\Rightarrow \quad J = 3V + 12$ ⎫ $3V + 12 = 4V - 6$

$J - 2 = 4(V - 2)$ ⎭ $18 = V$

$\Rightarrow \quad J = 4V - 6$

$J = 4(18) - 6$

$J = 66$ años **Clave B**

12

	Pasado	Presente	Futuro
Norma	$\frac{y}{2}$	x	2(y – 12)
Marisol	$\frac{x}{3}$	y	x

$\frac{y}{2} - \frac{x}{3} = x - y = 2(y - 12) - x$

$x = 36$

$y = 32 \qquad \therefore\ x + y = 68$ años

Clave B

13

	Pasado	Presente	Futuro
Papá	y	x	162 – x
Hijo	$\frac{x}{2}$	y	x

$y - \frac{x}{2} = x - y = 162 - x - x$

$x = 72$ años; $y = 54$ años **Clave A**

14 Edad del padre: x

Edad del hijo: y

$x - 5 = 4(y - 5) \Rightarrow x - 4y = -15$

$x + 5 = 2(y + 5) \Rightarrow x - 2y = 5$

$\Rightarrow 4y - 15 = 2y + 5$

$2y = 20$

$y = 10$

$x = 25$

Luego: $25 + (25 - 10) - 10 = 30$ años

Clave A

15

	Tenía	Tengo	Tendrás
Yo	y – 1	x	110 – x
Tú	x – 5	y	x

$y - 1 - (x - 5) = x - y = 110 - x - x$

$y - x + 4 = x - y = 110 - 2x$

$2y - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x - y = 2$

$3x - y = 110$

$3(2 + y) - y = 110$

$6 + 2y = 110$

$y = 52$

$x = 54$ años

Clave A

16 Ángela → Abuela → 2x

Charo → Hija → x

Luciana → Nieta → 0

$(2x + 10) + (x + 10) + 10 = 90$

$3x = 60$

$x = 20$

$2x + 10 = 50 \Rightarrow 5$ años

$x + 10 = 30 \Rightarrow 3$ años

Clave C

17 Edades; (5a) y (7a):

$\frac{5a + 10}{7a + 10} = \frac{3}{4} \Rightarrow 20a + 40 = 21a + 30$

$10 = a$

Edades: 50 y 70

Hace 10 años: 40 y 60

Relación de edades: $\frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Clave B

18 $\frac{x - 12}{y - 12} = \frac{4}{3}$; $x + y = 59$

$y = 59 - x$

$\frac{x - 12}{59 - x - 12} = \frac{4}{3}$

$3x - 36 = (47 - x)4$

$3x - 36 = 188 - 4x$

$7x = 224$

$x = 32$

$y = 27$

$\frac{32 + a}{27 + a} = \frac{8}{7} \Rightarrow 224 + 7a = 216 + 8a$

8 años = a

Clave B

19 Sea la edad: N

$2N - 17 = 100 - N \Rightarrow N = 39 \quad \vee$

$2N - 17 = 10 - N \Rightarrow N = 9$

Clave E

20 x: n.° de personas que ya cumplieron años

y: n.° de personas que no han cumplido años

$\Rightarrow x + y = 45$

$1988x + 1987y = 89\,437$

$\therefore\ x = 22$

Clave A



NIVEL 3 (página 25)

21 $1987 - \overline{19ab} = 2(\overline{ab})$

$87 - \overline{ab} = 2(\overline{ab})$

$3(\overline{ab}) = 87$

$\overline{ab} = 29$

Nació en 1929:

$\therefore\ 1 + 9 + 2 + 9 = 21$

Clave C

22 Sean x años:

$x = \frac{12x}{4} - 6 \Rightarrow 6 = 2x$

$x = 3$

∴ Una de las vidas de un gato dura 1,5 años.

Clave C

23 $1994 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$

$94 - \overline{ab} = 10 + a + b$

$84 = 11a + 2b$

$\quad\ \ \downarrow\quad\ \downarrow$

$\quad\ \ 6\quad\ \ 9$

$\Rightarrow \overline{ab} = 69$

$\therefore 1979 - 1969 = 10$ años

Clave D

24 Edad de Julio: $x \Rightarrow \overline{19ab}$

Edad de Víctor: $x - 6 \Rightarrow \overline{19ab} + 6$

$(1948 - \overline{19ab}) + (1948 - \overline{19ab} - 6)$

$= \frac{1}{4}[1963 - \overline{19ab} + 1963 - \overline{19ab} - 6]$

$\Rightarrow 48 - \overline{ab} + 48 - \overline{ab} - 6$

$= \frac{1}{4}(63 - \overline{ab} + 63 - \overline{ab} - 6)$

$\Rightarrow 90 - 2\overline{ab} = \frac{1}{4}(120 - 2\overline{ab})$

$360 - 8\overline{ab} = 120 - 2\overline{ab}$

$240 = 6\overline{ab}$

$\overline{ab} = 40$

∴ Julio nació en 1940.

Clave C

25 Edad de Bryan: $\overline{ab} \Rightarrow$ nació en $\overline{19ab}$

$1980 - \overline{19ab} = \overline{ab}$

$80 = 2(\overline{ab})$

$\overline{ab} = 40$

Edad del abuelo: $\overline{cd} \Rightarrow$ nació en $\overline{18cd}$

$1980 - \overline{18cd} = \overline{cd}$

$180 = 2(\overline{cd})$

$\overline{cd} = 90$

$\therefore 90 - 40 = 50$ años

Clave C

26 $1977 - \overline{19ab} = \overline{ba}$

$77 = \overline{ab} + \overline{ba}$ ...(1)

$77 = 11(a + b) \Rightarrow a + b = 7$

$\overline{ba} - \overline{ab} = 45$ ...(2)

De (1) y (2): $\overline{ba} = 61$

$\overline{ab} = 16$ años

Clave C

27 Sea la edad: x

$\sqrt{x + 30} - \sqrt{x - 2} = 2$

$\sqrt{x + 30} = 2 + \sqrt{x - 2}$

$x + 30 = 4 + 4\sqrt{x - 2} + x - 2$

$4\sqrt{x - 2} = 28$

$\sqrt{x - 2} = 7$

$x - 2 = 49 \Rightarrow x = 51$

Dentro de 9 años: $51 + 9 = 60$ años

Clave D

28

	Presente	Dentro de x años
Persona 1	36	36 + x
Persona 2	24	24 + x

Del enunciado tenemos:

$\frac{36 + x}{24 + x} = \frac{5}{4}$

$144 + 4x = 120 + 5x$

$x = 24$

∴ Dentro de 24 años.

Clave A

29 $J - x = 3(P - x)$

$J - x = 3P - 3x$

$3x - x = 3P - J$

$x = \frac{3P - J}{2}$

Clave D

30 $n + x = 2(m + x)$

$n + x = 2m + 2x$

$n - 2m = x$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 30)

1

t = 10 s; v; d = 100 m

$\Rightarrow$ Sabemos: $v = \frac{d}{t} = \frac{100\text{ m}}{10\text{ s}} \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$

Multiplicamos por el factor $\left(\frac{18}{5}\right)$ para cambiar a km/h.

$\Rightarrow\ v = 10 \cdot \frac{18}{5} = 36 \qquad \therefore v = 36\text{ km/h}$ **Clave A**

2

t = ¿?; v; d = 800 m

$\Rightarrow$ Donde: $v = 720$ km/h y $d = 800$ m

Como la distancia está en metros, la rapidez tiene que estar en unidades de (m/s).

Multiplicamos por el factor $\left(\frac{5}{18}\right)$:

$v = 720\ \frac{5}{18} = 200\text{ m/s} \Rightarrow\ v = 200\text{ m/s}$

Hallamos el tiempo: $t = \frac{d}{v} = \frac{800}{200} = 4$

$\therefore$ t = 4 segundos **Clave D**

3

t_E; v_A; A; A B; t_E; v_B; B; d = 750 km

Donde: $v_A = 60$ km/h; $v_B = 90$ km/h

Nos piden hallar el tiempo de encuentro (t_E):

$\Rightarrow t_E = \frac{d}{v_A + v_B} = \frac{750\text{ km}}{(60+90)\text{ km/h}} = 5\text{ h}$

$\therefore t_E = 5$ horas **Clave C**

4

v_L; t_E; t_E; v_E; d

Donde: $v_L = 28$ m/min; $v_E = 33$ m/min; $t_E = 8$ min

Del tiempo de encuentro sabemos: $t_E = \frac{d}{v_L + v_E}$

$8\text{ min} = \frac{d}{(28+33)\text{ m/ min}} \qquad \therefore d = 488\text{ m}$ **Clave E**

5

t = 8 h; t = 1 h; t = 1 h; v; v/2; 2v; d_1; d_2; d_3; 420 km

Sabemos: $d = vt \Rightarrow d_1 = 8v;\ d_2 = \frac{v}{2};\ d_3 = 2v$

$\Rightarrow d_1 + d_2 + d_3 = 420 \Rightarrow 8v + \frac{v}{2} + 2v = 420$

$v = 40$ km/h

$\therefore$ Piden: $2v = 2 \cdot (40) = 80$ km/h **Clave D**

6

t_1; t_2; v; v – 1; d = 8 km; d = 15 km

Sabemos: $t = \frac{2}{v}$

Además: $t_1 + t_2 = 7$

$\frac{8}{v} + \frac{15}{v-1} = 7 \therefore v = 4\text{ km/h}$ **Clave B**

7

v = 200 km/h; v = 55 km/h; $d_{avión}$; d_{bus}

Sabemos: $d_{avión} = 200 \cdot t$

$d_{bus} = 55(7 - t)$

Además: $d_{avión} + d_{bus} = 820$ km

$200 \cdot t + 55(7 - t) = 820 \Rightarrow t = 3\text{ h}$

Piden: $d_{avión} = 200 \cdot t = 200 \cdot 3$

$\therefore d_{avión} = 600$ km **Clave E**

8

t = 25 s; v; x; 200 – x

Según el enunciado: $x = \frac{3}{5}(200 - x) \Rightarrow x = 75$ m

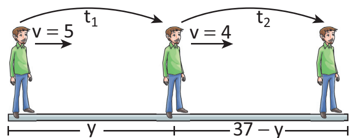
Me piden: $v = \frac{x}{t} = \frac{75}{25} = 3 \qquad \therefore v = 3\text{ m/s}$

Clave B

9

t_1; t_2; v = 4; v = 5; x; 35 – x

$\Rightarrow$ Como: $e = vt$
$\Rightarrow x = 4t_1 \wedge 35 - x = 5t_2$
$35 - 4t_1 = 5t_2$
$35 = 5t_2 + 4t_1$ ...(1)



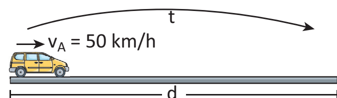
$\Rightarrow y = 5t_1 \wedge 37 - y = 4t_2$
$\Rightarrow 37 - 5t_1 = 4t_2$
$37 = 4t_2 + 5t_1$ ...(2)

De (1) y (2) resolvemos el sistema de ecuaciones:
$(35 = 5t_2 + 4t_1) \times 5$
$(37 = 4t_2 + 5t_1) \times 4$ $-$

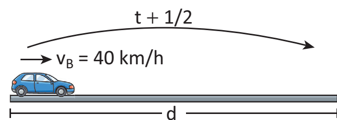
$27 = 9t_2$
$t_2 = 3 \wedge t_1 = 5$
$\therefore t_1 + t_2 = 5 + 3 = 8$ horas

Clave A

10



Como: $d = vt$
$d = 50 \,.\, t$ ...(1)



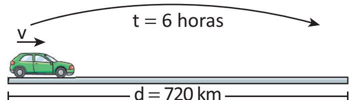
Como: $d = vt$
$d = 40 \,.\, (t + 1/2)$ ...(2)

Resolvemos (1) y (2):
$50t = 40(t + 1/2) \Rightarrow 50t = 40t + 20 \Rightarrow t = 2$ h

$\Rightarrow$ De (1) tenemos:
$d = v \,.\, t \Rightarrow d = 50 \,.\, 2$ $\therefore$ $d = 100$ km

Clave C

11

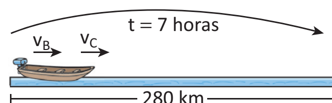


Dato:
$\frac{v_A}{v_B} = \frac{6}{5} \Rightarrow \begin{matrix} v_A = 6\text{ k} \\ v_B = 5\text{ k} \end{matrix}$

Como: $d = vt$
$720 = v_A \,.\, 6 = (6k)6$
$k = 20$
$\Rightarrow v_A = 6 \,.\, 20 = 120$ km/h
$v_B = 5 \,.\, 20 = 100$ km/h
$\Rightarrow$ Piden $d_B = v_B \,.\, 7$
$d_B = 100 \,.\, 7$ $\therefore d_B = 700$ km

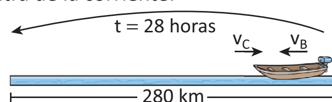
Clave D

12 Velocidad de la corriente = v_C
Velocidad del bote = v_B
A favor de la corriente:



$e = vt$
$280 = (v_B + v_C) \,.\, 7$
$40 = v_B + v_C$ ...(1)

En contra de la corriente:



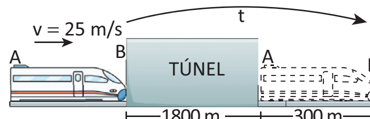
$e = vt$
$280 = (v_B - v_C) \,.\, 28$
$10 = v_B - v_C$ ...(2)

Resolvemos (1) y (2):
$\Rightarrow 40 = v_B + v_C$
$10 = v_B - v_C$ $+$

$50 = 2v_B$ $\therefore v_B = 25$ km/h

Clave E

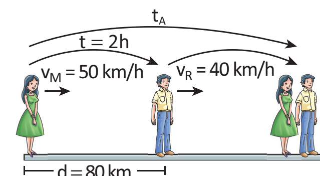
13



Según el esquema el tren recorre (1800 + 300) m al pasar el túnel.
$\Rightarrow$ Sabemos: $d = vt$
$1800 + 300 = 25 \,.\, t$
$2100 = 25 \,.\, t$ $\therefore t = 84$

Clave B

14



Donde: t_A = tiempo de alcance
$\Rightarrow$ Sabemos: $t_A = \frac{d}{v_M - v_R} = \frac{80}{50 - 40} = \frac{80}{10}$
$\therefore t_A = 8$ horas

Clave D



REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 32)

1 Datos: $v = 108\ km/h = 108 \cdot \frac{5}{18}\ m/s = 30\ m/s$

$e = 120\ m$

Nos piden el tiempo "t" en segundos:

$t = \frac{120}{30}$ $\therefore$ t = 4 segundos

Clave C

2 Datos: e = 200 y t = 19,19 s

Nos piden hallar la rapidez promedio "v" en m/s:

$v = \frac{200}{19,19}$ $\therefore$ v = 10,42 m/s

Clave D

3 $t_E = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{200}{60 + 40} = \frac{200}{100} = 2\ h$

$d_A = 2 \times 60 = 120\ km$

Clave C

4 Datods: $v_c = 60\ km/h$ y $v_t = 45\ km/h$

La velocidad del camión respecto al tren es:

$v_c - v_t = 60 - 45 = 15 \frac{km}{h} \times \frac{5}{18} = \frac{25}{6}\frac{m}{s}$

Para que el camión pase al tren tendrá que recorrer una longitud igual a:

L = 20 + 80 = 100 m

$\therefore t = \frac{100}{\frac{25}{6}} = 24\ s$

Clave A

5 Se cumple: $\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} = \frac{8}{6}$

$6v_1 + 6v_2 = 8v_1 - 8v_2$

$6v_1 - 8v_1 = -8v_2 - 6v_2$

$-2v_1 = -14v_2$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{14}{2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 7$ o $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{7}$

Clave A

6 L = (60 + 30) km/h × 15 s

$L = (60 + 30) \times \frac{5}{18} \times 15$

L = 375 m

Clave B

7 120 + d = 60v ...(1)

d = 20v ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

120 + 20v = 60v

120 = 40v ⇒ v = 3 m/s

$\therefore$ d = 20 . 3 = 60 m

Clave E

8 d = 7v ...(1)

360 + d = 22v ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

360 + 7v = 22v

360 = 15v ⇒ v = 24 m/s

Clave D

9 Long. del tren: L

Veloc. del tren: v

L = 6v ...(1)

L + 240 = 24v ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

6v + 240 = 24v

$v = \frac{40}{3}\ m/s \Rightarrow L = 80\ m$

$t_{pedido} = \frac{160 + L}{v}$

$t_{pedido} = \frac{160 + 80}{\frac{40}{3}} = 18\ s$

Clave C

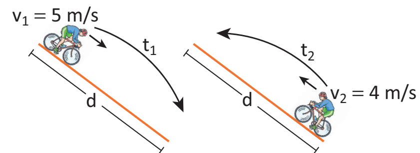
10 $t = \frac{d}{30} + nm\,(min)$

$t = \frac{d}{30} + \frac{nm}{60} = \frac{2d + mn}{60}$

Clave B

NIVEL 2 (página 33)

11 Según el enunciado tenemos:



$\Rightarrow d = 5t_1$ Luego: $t_1 = 4k$

$d = 4t_2$ $t_2 = 5k$

Dato: $t_1 + t_2 = 900\ s$

4k + 5k = 900 s ⇒ k = 100

$t_1 = 400\ s$

$t_2 = 500\ s$

$\therefore$ d = 5 . 400 = 2000 s

Clave A

12 Según el enunciado tenemos: $v_1 = 6k$

$v_2 = 5k$

Para el primer auto tenemos:

e = 720 km ⇒ 720 = 6 . k . 6

t = 6h k = 20

Piden la distancia que recorre el segundo auto:

$e = v_2 \cdot t$

e = 5k . 7 = 5 . 20 . 7

e = 700 km

Clave C

13 Long. del tren: x ⇒ x = 10v

Long. del puente: p

x + p = 15v ⇒ p = 5v

Nueva longitud: 3p

$t = \frac{d}{v}$

$t = \frac{x + 3p}{v} = \frac{(10v) + (5v)3}{v} = 25\ s$

Clave C



14 $\frac{1}{5}x = \frac{3}{5}(t - x)$

$x = 3t - 3x \Rightarrow 3t = 4x$

$x = \frac{3}{4}t = \frac{3}{4} \cdot 12 \Rightarrow x = 9\ h$

Clave C

15 $t_E = \frac{d}{v_1 + v_2} \Rightarrow 10 = \frac{150}{v_1 + v_2} \Rightarrow v_1 + v_2 = 15$

$t_A = \frac{d}{v_1 - v_2} \Rightarrow 30 = \frac{150}{v_1 - v_2} \Rightarrow v_1 - v_2 = 5$

Luego: $\left.\begin{array}{l} v_1 + v_2 = 15 \\ v_1 - v_2 = 5 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} v_1 = 10\ m/s \\ v_2 = 5\ m/s \end{array}$

Clave B

16 Distancia de A hacia B:

$t = \frac{d}{v}$

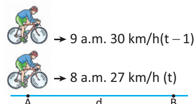
$\left.\begin{array}{l} t_1 = \frac{d}{100} \\ t_2 = \frac{d}{150} \end{array}\right\} t_1 - t_2 = 2\ h$

$\frac{d}{100} - \frac{d}{150} = 2 \Rightarrow d = 600\ km$

$v_{pedida} = \frac{d}{t} = \frac{600}{5} = 120\ km/h$

Clave A

17



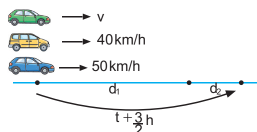
$d = 27t = 30(t - 1)$

$27t = 30(t - 1) \Rightarrow t = 10$

$d = 27 \cdot 10 = 270\ km$

Clave B

18



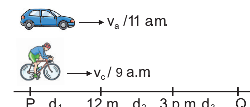
$d_1 = 40\left(t + \frac{1}{2}\right) = vt$

$d_1 + d_2 = 50\left(t + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) = v\left(t + \frac{3}{2}\right)$

$t = 1\ h;\ v = 60\ km/h$

Clave C

19



$d_1 = v_a \times 1\ h = v_c \times 3\ h \Rightarrow v_a = 3v_c$

$\frac{d_2 + d_3 + d_3}{v_a} = \frac{d_2}{v_c} \Rightarrow d_2 = d_3$

∴ Llegó en 3 horas más: 6 p.m.

Clave A

20 $v_T = 40\ km/h$

$t = \frac{d}{v} = \frac{a}{40}$

Tiempo en paradas: mn (en minutos)

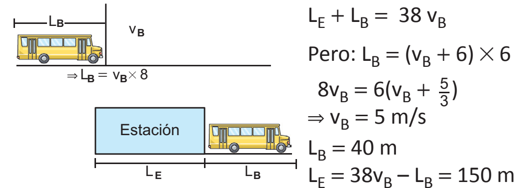
$nm = nm \cdot \frac{1\ h}{60\ m} = \frac{nm}{60}\ h$

$t_{pedido} = \frac{a}{40} + \frac{nm}{60} = \frac{3a + 2mn}{120}$

Clave C

NIVEL 3 (página 34)

21



$L_E + L_B = 38\ v_B$

Pero: $L_B = (v_B + 6) \times 6$

$8v_B = 6(v_B + \frac{5}{3})$

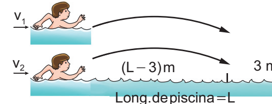
$\Rightarrow v_B = 5\ m/s$

$L_B = 40\ m$

$L_E = 38v_B - L_B = 150\ m$

Clave D

22



$\frac{L - 3}{v_2} = \frac{L + 3}{v_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{L + 3}{L - 3}$

En el 2.° encuentro:

$\frac{2L + \frac{L}{5}}{v_1} = \frac{L + \frac{4L}{5}}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{9L}{5}}{\frac{11L}{5}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{11}{9}$

$9L + 27 = 11L - 33$

$60 = 2L$

$L = 30\ m$

Clave C

23 $d_A - d_B = 840$

$v_A \cdot 30 - v_B \cdot 30 = 840$

$30(v_A - v_B) = 840$

$v_A - v_B = 28$ ...(1)

$6(v_A + v_B) = 840$

$v_A + v_B = 140$ ...(2)

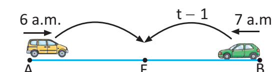
De (1) y (2): $v_A = 84\ m/min$

$v_B = 56\ m/min$

Clave C

24 Móvil 1: $d = \overline{xyz}$ Móvil 2: $d = \overline{xyz}$

$t = 10\ h$ $t = 8\ h$



$\left.\begin{array}{l} AE = v \cdot t \\ EB = v_2 \cdot (t - 1) \end{array}\right\} +$

$AB = \frac{AB}{10} \cdot t + \frac{AB}{8}(t - 1)$

$$1 = \frac{t}{10} + \frac{t-1}{8} \Rightarrow 80 = 8t + 10t - 10$$

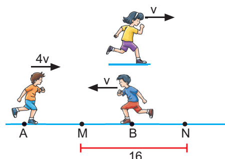
$$90 = 18t$$

$$t = 5\ \text{h}$$

$\Rightarrow$ 6 a.m. + 5 h = 11 a.m.

Clave A

25



$$\frac{AM}{4v} = \frac{MB}{v} \Rightarrow AM = 4MB \qquad ...(1)$$

$$\frac{AM + 16}{4v} = \frac{BN}{v} \Rightarrow AM + 16 = 4BN \qquad ...(2)$$

Sumamos (1) y (2): $AM + AM + 16 = 4(\underbrace{MB + BN}_{16})$

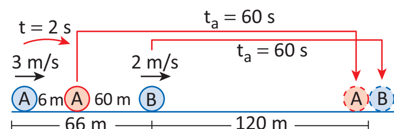
$2AM = 48$

$AM = 24\ \text{km} \Rightarrow MB = 6\ \text{km}$

$\therefore AB = AM + MB = 30\ \text{km}$

Clave A

26



Sabemos:

$$t_A = \frac{d}{v_A - v_B} = \frac{60}{3-2} \qquad d_B = v_B \cdot t_A = 2 \cdot 60$$

$$t_A = 60\ \text{s} \qquad d_B = 120\ \text{m}$$

Analizamos las proposiciones:

I. El móvil A alcanza al móvil B luego de un tiempo t'

$t' = t + t_A$

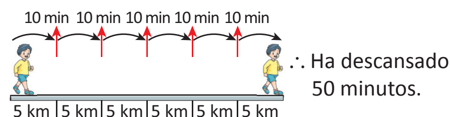
$t' = 2 + 60 = 62\ \text{s}$ (V)

II. $d_B = 120\ \text{m}$ (V)

III. $t_A = 60\ \text{s}$ (V)

Clave D

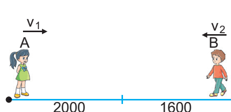
27 Del enunciado planteamos:



$\therefore$ Ha descansado 50 minutos.

Clave A

28



$v_1 > v_2$

$$\frac{2000}{v_1} = \frac{1600}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4}$$

$$1800 = v_1 \cdot t = v_2(t + 6)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{(t+6)}{t}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} = \frac{t+6}{t} \Rightarrow t = 24\ \text{min}$$

Pero: $1800 = v_1(24) = v_2(30)$

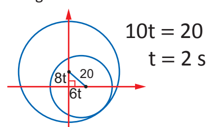
$\Rightarrow v_1 = 75\ \text{m/min}$

$v_2 = 60\ \text{m/min}$

Clave D

29

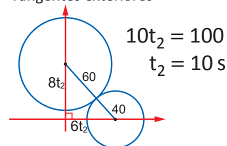
Tangentes interiores



$10t = 20$

$t = 2\ \text{s}$

Tangentes exteriores



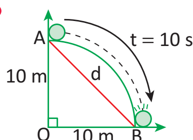
$10t_2 = 100$

$t_2 = 10\ \text{s}$

$\therefore 10\ \text{s} - 2\ \text{s} = 8\ \text{s}$

Clave C

30



10, d, 10

$d^2 = 10^2 + 10^2$

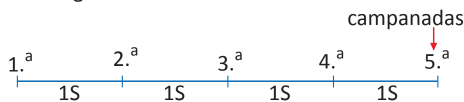
$d = 10\sqrt{2}\ \text{m}$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \qquad \therefore\ v = \sqrt{2}\ \text{m/s}$$

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 42)

1 En 4 segundos:



$\Rightarrow$ 10 campanadas en 9 segundos.

Clave C

2 n.° campanadas = n.° intervalos + 1

9 = n.° intervalos + 1

8 = n.° intervalos $\Rightarrow \frac{24}{8} = 3$ s cada intervalo

En 18 segundos hay:

$\frac{18}{3} = 6$ intervalos $\Rightarrow 6 + 1 = 7$ campanadas

Clave A

3 7 campanadas → 4 segundos

$\Rightarrow$ intervalos: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ segundos

Luego, 49 campanadas: $(49 - 1)\frac{2}{3} = \frac{48 \times 2}{3} = 32$ s

Clave B

4 En 3 minutos, 3 campanadas

$\Rightarrow$ intervalo $= \frac{3\text{ min}}{2} = 90$ s

9 campanadas en: $90 \times 8 = 720$ s

$\Rightarrow \frac{720}{60} = 12$ minutos

Clave B

5 5 campanadas → 8 segundos

$\Rightarrow$ intervalos $\frac{8}{4} = 2$ s

Para las 12 m. serán: $(12 - 1) \times 2$ s = 22 s

Clave B

6 7 min ______ cada 6 horas
x ______ cada 18 horas

$\Rightarrow x = \frac{7 \times 18}{6} = 21$ minutos

Clave D

7 Si han pasado x horas:

$(24 - x) - 5 = x$

$24 - x = 5 + x$

$19 = 2x$

$x = 9{,}5 = 9{:}30$

Clave C

8 Del enunciado:



$x = \frac{x}{2} + \frac{24 - x}{3}$

$6x = 3x + 48 - 2x$

$5x = 48 \Rightarrow x = 9{,}6$ h

$= 9\text{ h} + 0{,}6\text{ h} = 9\text{ h} + 0{,}6 \cdot 60\text{ min}$

$= 9\text{ h} + 36\text{ min} = 9{:}36$

Clave C

9 Calculamos el tiempo transcurrido desde las 8:45 a.m. hasta las 11:05 a.m. de la siguiente manera:

Tiempo transcurrido = 11 h 05' – 8 h 45'

= (10 h 60') 05' – 8 h 45'

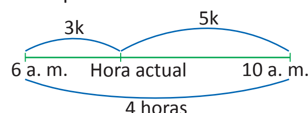
= 10 h 65' – 8 h 45'

$\therefore$ Tiempo transcurrido = 2 h 20'

$\Rightarrow$ Parte de la tarea $= \frac{2\text{h }20'}{7\text{h}} = \frac{140'}{420'} = \frac{1}{3}$

Clave B

10 Del enunciado planteamos:



3k + 5k = 4 horas = 240 min

8k = 240 min $\Rightarrow$ k = 30 min

$\Rightarrow$ la hora actual es: 6 a.m. + 3k

= 6 h + 3 . (30') = 6 h + 90'

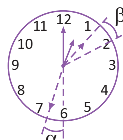
= 6 h + 1 h 30' = 7 h 30'

La hora actual = 7 h 30'

$\therefore$ Dentro de 4 horas será: 11 h 30 min

Clave D

11 De la figura:



El minutero ha avanzado:
32' <> 192°

El horario avanzó:
$\frac{192°}{12} = 16°$

Entonces: $\alpha = 2' = 2 \times 6° = 12°$

$\beta = 30° - 16° = 14°$

Luego: $\frac{12° + 14°}{2} = \frac{26°}{2} = 13°$

Clave D

12 Según el enunciado:

$\theta = \frac{11}{2}(M) - 30(H)$

H = 3 y M = 50

$\theta = \frac{11}{2}(50) - 30(3)$

$\theta = 185°$

$\Rightarrow 360° - 185° = 175°$ $\therefore 185° - 175° = 10°$

Clave E

13 Sabemos: $\theta = 30H - \frac{11}{2}M$

onde: H = 8

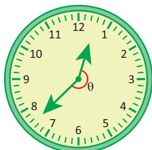
Como las agujas están superpuestas $\Rightarrow \theta = 0°$

$\Rightarrow 0 = 30(8) - \frac{11}{2}$ $M = 43\frac{7}{11}$ min

$\therefore$ Se superponen a las: 8 h $43\frac{7}{11}$ min

Clave D



14 

De la figura:
Observamos que el minutero está después del horario.

$\Rightarrow \theta = \frac{11}{12}M - 30H$

Donde:
H = 0 (solo cuando H = 12 se reemplaza en la fórmula con H = 0)
M = 36

$\Rightarrow \theta = \frac{11}{12}(36) - 30(0) = 198°$

∴ El mayor ángulo es: 198° **Clave C**

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 45)

1 Si transcurrió: x ⇒ falta: (24 – x)

$x = \frac{1}{5}(24 - x) \Rightarrow 5x = 24 - x \Rightarrow 6x = 24$

x = 4 ∴ Son las 4:00 a.m. **Clave B**

2 Horas transcurridas: x
Horas sin transcurrir: 24 – x

$x = \frac{3}{5}(24 - x)$

$5x = 72 - 3x$

$8x = 72 \Rightarrow x = 9$ h **Clave C**

3 Intervalo = 1 s
⇒ 12 campanadas en 11 s **Clave B**

4 x min (180 – x) min
6 h x min 9 h

$180 - x = \frac{x}{2} \Rightarrow 360 - 2x = x$

$360 = 3x$

$x = 120$ min

$x = 2$ h

∴ Son las 8 horas. **Clave D**

5 5 h 35 min → 6 h 28 min
5 h 35 min → 5 h(60 + 28)min
⇒ 60 + 28 – 35 = 53 min **Clave B**

6 Horas transcurridas: x
Horas sin transcurrir: 24 – x

$x = \frac{1}{5}(24 - x) \Rightarrow 5x = 24 - x$

$6x = 24 \Rightarrow x = 4$ h

∴ Son las 4:00 a.m. **Clave D**

7 Intervalo: $\frac{6}{3} = 2$ s

8 campanadas en: $(8 - 1)(2) = 7 \times 2 = 14$ s **Clave E**

8 6:15 → 7:45
1 h 30 min = 60 + 30 = 90 min

$\Rightarrow 12 \text{ h} = 12 \times 60 = 720 \text{ min} \Rightarrow \frac{90}{720} = \frac{1}{8}$

∴ En 90 min se realizará la octava parte de la obra. **Clave A**

9 5 campanadas —— 5 s

Intervalo = $\frac{5}{4}$ s

En25segundos: $\frac{25}{5/4} + 1 = \frac{25 \times 4}{5} + 1 = 20 + 1 = 21$ **Clave C**

10 Adelanto: 2 min —— 8 min
x —— 3 h (180 min)

$x = \frac{180 \times 2}{8} = 45$ minutos

⇒ 2 h 15 min – 45 min = 1 h 30 min **Clave C**

NIVEL 2 (página 45)

11 3 h 45 min +
16 h 50 min
19 h 95 min
19 h 60 min 35 min ⇒ 20 h 35 min **Clave D**

12 8 s —— 5 campanadas

Intervalo = $\frac{8}{4} = 2$ s

10 campanadas: $(10 - 1) \times 2 = 18$ s **Clave D**

13 4 campanadas ⇒ 3 s

Intervalo $\frac{3}{3} = 1$ s

⇒ En 8 segundos tocará 9. **Clave B**

14 Adelanto:
3 min —— 5 min
x —— 45 min

$x = \frac{3 \times 45}{5} = 27$ min (adelanto)

⇒ 8 h 50 min + 27 min
8 h + 77 min = 9 h + 17 min ∴ 9 h 17 min **Clave D**

15 4 a. m. —— 5 segundos

Intervalo: $\left(\frac{5}{3}\right)$ s

7 p. m. —— 7 campanadas

$\Rightarrow 6 \times \frac{5}{3}$ s = 10 s **Clave A**

16 Atraso: 5 min —— 45 min
x —— 6 h = 360 min

$x = \frac{360 \times 5}{45} = 40$ min

⇒ 4 h 10 min + 40 min = 4 h 50 min **Clave D**



17 Adelanto: 4 s —— 1 h
43 200 s —— x

$x = \dfrac{43\,200 \times 1}{4} = 10\,800 \text{ h} \Rightarrow x = 450 \text{ días}$

Clave C

18 73 pitadas —— 15 s

Intervalo $= \dfrac{15}{72}$ s

19 pitadas $\Rightarrow 18 \times \dfrac{15}{72}$ s $= 3{,}75$ s

Clave B

19 12 s —— n campanadas

Intervalo $= \dfrac{12}{n-1}$

Se cumple: $\dfrac{12}{n-1} = n$

$12 = (n-1)n \Rightarrow n = 4$

Clave C

NIVEL 3 (página 45)

20 $\theta = 30(H) - \dfrac{11}{2}(M)$

1' —— 6°

6' —— 36° $\Rightarrow 36 = 30(10) - \dfrac{11}{2}(M)$

$\dfrac{11}{2}(M) = 300 - 36$

$M = 48$

$\therefore$ La hora es: 10 h 48 min

Clave C

21 $\theta = \dfrac{11}{2}(M) - 30(H)$

$\theta = \dfrac{11}{2}(30) - 30(3) = 75°$

Clave C

22 Adelanto 6 min —— 10 horas
720 min —— a

$a = \dfrac{720 \times 10}{6}$ horas

$a = 1200$ horas $= 50$ días

Clave A

23

Minutero: 1' —— 6°
10' —— 60°

Horario: $\dfrac{10}{2} = 5°$

$\alpha = 90° - 5° = 85°$

$\therefore$ El ángulo será: $85° + 60° = 145°$

Clave A

24

Minutero: 1' —— 6°
22' —— 132°

Horario:
El minutero avanza 28 minutos
$\Rightarrow$ el horario avanza 14°

$\therefore$ El ángulo será: $132° + 14° = 146°$

Clave C

25

Como el horario adelanta al minutero, usamos:

$30H - \dfrac{11}{2}M$

$\alpha = 30(9) - \dfrac{11}{2}(18)$

$\alpha = 270 - 99$

$\alpha = 171°$

Clave B

26 El ángulo entre las manecillas será 180° por estar en posición opuesta.

$\theta = 30(H) - \dfrac{11}{2}(M) \Rightarrow 180 = 30(8) - \dfrac{11}{2}(M)$

$M = \dfrac{120}{11} = 10\dfrac{10}{11}$ min

$\therefore$ La hora es: 8 h $10\dfrac{10}{11}$ min

Clave B

27 Analizamos:
6 a.m. → 8 p.m. (transcurrieron 14 horas) por condición, el reloj se adelanta 75 segundos por horas, luego:

Adelanto	n.° de horas
75''	1
x	14

$\Rightarrow$ x = 1050'' <> 17'30''

Luego: HM = HR + adelanto
HM = 8 p. m. + 17' 30''

$\therefore$ HM = 20 h 17 min 30 s

Clave A

28 Cuando forma un ángulo de 40° por segunda vez, el minutero está antes del horario. Luego:

$40 = \dfrac{11}{2}(M) - 30(H) \Rightarrow 40 = \dfrac{11}{2}(M) - 30(4)$

$160 = \dfrac{11}{2}(M) \Rightarrow M = 29\dfrac{1}{11}$

$\therefore$ La hora es: 4 h $29\dfrac{1}{11}$ min

Clave E

Inducción - Deducción

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 50)

1 Contamos por niveles o pisos, para determinar una regla de formación o correspondencia.

$\Rightarrow$ Contando los palitos por pisos:

Piso 1: 3 $\Rightarrow$ 2(1) + 1

Piso 2: 5 $\Rightarrow$ 2(2) + 1

Piso 3: 7 $\Rightarrow$ 2(3) + 1

$\vdots$

Piso 40: $\Rightarrow$ 2(40) + 1

Efectuando la suma tenemos:

Total de palitos = 2(1 + 2 + 3 + ... + 40) + 40(1)

$= 2\left(\frac{40.41}{2}\right) + 40 = 1680$

$\therefore$ Se han empleado 1680 palitos.

Clave E

2 Contamos por niveles o pisos para determinar una regla de formación o correspondencia.

$\Rightarrow$ Contando por pisos y analizando:

Piso 1: 4 $\Rightarrow$ 4 . 1

Piso 2: 8 $\Rightarrow$ 4 . 2

Piso 3: 12 $\Rightarrow$ 4 . 3

$\vdots$

Piso 25: 100 $\Rightarrow$ 4 . 25

Efectuando la suma tenemos:

Total de cerillos = 4(1 + 2 + 3 + ... + 25)

$= 4\left(\frac{25 \times 26}{2}\right) = 1300$

$\therefore$ Se han empleado 1300 cerillos.

Clave A

3 Contando las bolitas blancas por figura y analizando para hallar la regla de correspondencia o formación:

Fig. 1: 1 $\Rightarrow \frac{1}{2}1(1 + 1)$

Fig. 2: 3 $\Rightarrow \frac{1}{2}2(2 + 1)$

Fig. 3: 6 $\Rightarrow \frac{1}{2}3(3 + 1)$

Fig. 4: 10 $\Rightarrow \frac{1}{2}4(4 + 1)$

$\vdots$

Fig. 25: n $\Rightarrow \frac{1}{2}25\,(25 + 1)$

$\Rightarrow$ n = $\frac{1}{2}$25 . 26 = 325 $\therefore$ Hay 325 bolitas blancas.

Clave B

4 Contando los cubos por figura y analizando para hallar la regla de correspondencia o formación:

Fig. 1: 1 $\Rightarrow 1^2$

Fig. 2: 4 $\Rightarrow 2^2$

Fig. 3: 9 $\Rightarrow 3^2$

Fig. 4: 16 $\Rightarrow 4^2$

$\vdots$

Fig. 20: n $\Rightarrow 20^2$

$\Rightarrow$ n = 20^2 = 400 $\therefore$ Hay 400 cubos.

Clave E

5 Triángulos

1.ª fila: 2

2.ª fila: 5

3.ª fila: 8

4.ª fila: 11

$\vdots$

20.ª fila: t_{20}

$\Rightarrow$ 2; 5; 8; 11; ...; t_n (diferencias: 3, 3, 3)

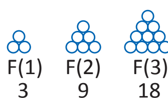
$\Rightarrow t_n = 3n - 1 \Rightarrow t_{20} = 3(20) - 1 = 59$

S = 2 + 5 + 8 + 11+ ... + 59

$\therefore S = \left(\frac{2 + 59}{2}\right)20 = 610$

Clave C

6



F(1): $3 = 3\left(\frac{1 \times 2}{2}\right)$

F(2): $9 = 3\left(\frac{2 \times 3}{2}\right)$

F(3): $18 = 3\left(\frac{3 \times 4}{2}\right)$

$\Rightarrow$ F(20): $3\left(\frac{20 \times 21}{2}\right) = 630$

Clave D

7 $A = \underbrace{555\ldots55}_{100\text{ cifras}} \times \underbrace{999\ldots99}_{100\text{ cifras}}$

$5 \times 9 = 45 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9 \times 1$

$55 \times 99 = 5445 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$555 \times 999 = 554\,445 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

$5555 \times 9999 = 55\,544\,445$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 36 = 9 \times 4$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras}(A) = 9 \times 100 = 900$

Clave D

8 Fig. 1: $1 = \frac{1^2}{2} + \frac{1}{2}$

Fig. 2: $3 = \frac{2^2}{2} + \frac{2}{2}$

Fig. 3: $6 = \frac{3^2}{2} + \frac{3}{2}$

$\therefore$ Fig. 20: $\frac{20^2}{2} + \frac{20}{2} = 210$ triángulos

Clave E

9 $A = (99\ldots9995)^2$

$(95)^2 = 9025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 16 = 9 \times 2 - 2$

$(995)^2 = 990\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 25 = 9 \times 3 - 2$

$(9995)^2 = 99\,900\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 34 = 9 \times 4 - 2$

Generalizando: $\Sigma\text{cifras}(A) = 9 \times 101 - 2 = 907$

Clave E

10

F(1) 3   F(2) 6   F(3) 10

F(1): $3 = \frac{1^2}{2} + \frac{3}{2}(1) + 1$

F(2): $6 = \frac{2^2}{2} + \frac{3}{2}(2) + 1$

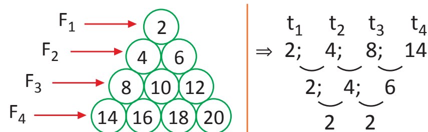
F(3): $10 = \frac{3^2}{2} + \frac{3}{2}(3) + 1$

$\Rightarrow$ F(15): $\frac{15^2}{2} + \frac{3}{2}(15) + 1 = 136$

Clave C



11



$\Rightarrow t_n = n^2 - n + 2 \quad \therefore t_{20} = 382$

La fila 20 es una PA de razón 2 cuyo primer término es 382. Calculamos su término de lugar 20:

$a_{20} = 382 + (20 - 1)2 = 420$

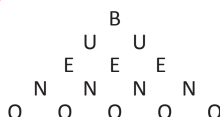
$S_{20} = 382 + 384 + ... + 418 + 420$

$S_{20} = \left(\frac{382 + 420}{2}\right)20$

$S_{20} = 8020$

Clave A

12



1.ª fila: $B \Rightarrow 1 = 2^0$

2.ª fila: $B \Rightarrow 2 = 2^1$

U U

3.ª fila: $B \Rightarrow 4 = 2^2$

U U

E E E

5.° fila: $2^4 = 16$

Clave B

13 $N = \sqrt{\underbrace{11...11}_{200\text{ cifras}} - \underbrace{222...22}_{100\text{ cifras}}}$

$\sqrt{11 - 2} = 3$

$\sqrt{1111 - 22} = 33$

$\sqrt{111\,111 - 222} = 333$

$\Rightarrow = \sqrt{\underbrace{111...111}_{200\text{ cifras}} - \underbrace{22...22}_{100\text{ cifras}}} = \underbrace{33...33}_{100\text{ cifras}}$

Σ cifras (N) $= 3 \times 100 = 300$

Clave C

14 Analizamos los sumandos:

$\frac{2323}{1313} = \frac{23 \times 101}{13 \times 101} = \frac{23}{13}$

$\frac{232323}{131313} = \frac{23 \times 10101}{13 \times 10101} = \frac{23}{13}$

Entonces:

$\frac{\overbrace{2323...23}^{78\text{ cifras}}}{\underbrace{1313...13}_{78\text{ cifras}}} = \frac{23}{13}$

Por lo tanto: $M = 39 \cdot \frac{23}{13} = 69$

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 52)

1

n.° piso	Cuadrados por piso	Cuadrados no sombreados (CNS)
1	$2 . 1 - 1 = 1$	$0 \Rightarrow 1 - 1$
2	$2 . 2 - 1 = 3$	$1 \Rightarrow 2 - 1$
3	$2 . 3 - 1 = 5$	$2 \Rightarrow 3 - 1$
⋮		
n = 18	$2 . n - 1 = 35$ (↓ 18)	$17 \Rightarrow 18 - 1$

Suma (CNS) $= 0 + 1 + 2 + ... + 17$

Suma (CNS) $= \frac{17 . 18}{2} = 153 \quad \therefore$ Suma (CNS) $= 153$

Clave E

2 Fig.1 → $1 = \frac{1 . 2}{2}$

Fig.2 → $3 = \frac{2 . 3}{2}$

Fig.3 → $6 = \frac{3 . 4}{2}$

Fig.4 → $10 = \frac{4 . 5}{2}$

⋮

Fig.23: $\frac{23 . 24}{2} = 276$

Clave B

3 $M = (\underbrace{666 ... 66}_{135\text{ cifras}})^2$

$6^2 = 36 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9 \times 1$

$66^2 = 4356 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$666^2 = 443\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

Generalizando:

$\therefore \Sigma\text{cifras (M)} = 9 \times 135 = 1215$

Clave A

4 Calculamos la suma en cada caso:

$|1| \Rightarrow 1 = 1^2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 8 = 2^3$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow 27 = 3^3$

Cuando el determinante sea de 30×30, la suma de sus términos será: $30^3 = 27\,000$

Clave D

5 $F_1 \rightarrow 1 = 2(1) - 1$

$F_2 \rightarrow 3 = 2(2) - 1$

$F_3 \rightarrow 5 = 2(3) - 1$

$F_4 \rightarrow 7 = 2(4) - 1$

⋮

F_{80}: $2 \times 80 - 1 = 159$

Clave D

6 $S = (\underbrace{666 ...66}_{a\text{ cifras}})^2$

$6^2 = 36 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9(1)$

$66^2 = 4356 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9(2)$

$666^2 = 443\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9(3)$

Generalizando: $S = (\underbrace{666 ...66}_{a})^2 = 9a$

Clave C



7 $P_1 \longrightarrow 1 = \frac{1.2}{2}$

$P_2 \longrightarrow 3 = \frac{2.3}{2}$

$P_3 \longrightarrow 6 = \frac{3.4}{2}$

$P_4 \longrightarrow 10 = \frac{4.5}{2}$

$\vdots$

$P_{15}: \frac{15.16}{2} = 120$

Clave A

8 $S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \ldots + \frac{1}{25\times 26}$

$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{25} - \frac{1}{26}$

$S = 1 - \frac{1}{26} = \frac{25}{26}$

Clave B

9 $F_1 \rightarrow 1 = 1^3$

$F_2 \rightarrow 8 = 2^3$

$F_3 \rightarrow 27 = 3^3$

$F_4 \rightarrow 64 = 4^3$

$\vdots$

$F_{23} = 23^3 = 12\,167$

Clave C

10 $L = \sqrt{\underbrace{111...11}_{50 \text{ cifras}} - \underbrace{22...2}_{25 \text{ cifras}}}$

Analizamos por partes:

$\sqrt{11-2} = 3 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 3\times 1$

$\sqrt{1111-22} = 33 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 3\times 2$

$\sqrt{111\,111-222} = 333 \Rightarrow \sum \text{cifras} = 3\times 3$

$\Rightarrow \sum \text{cifras}(L) = 3\times 25 = 75$

Clave B

NIVEL 2 (página 53)

11 $M = \sqrt{1+40(41)(42)(43)}$

Sea: $x = 41$

$M = \sqrt{1+(x-1)(x)(x+1)(x+2)}$

$M = \sqrt{1+(x^2+x-2)(x^2+x)}$

Sea: $a = x^2 + x$

$\Rightarrow M = \sqrt{1+(a-2)a}$

$M = \sqrt{a^2-2a+1} = \sqrt{(a-1)^2} = |a-1|$

Reemplazando:

$M = |41^2 + 41 - 1| = 1721$

$\therefore \sum \text{cifras } (M) = 1+7+2+1 = 11$

Clave B

12 Calculamos la suma en cada caso:

$[3] \Rightarrow 3 = 3\times 1^3$

$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow 24 = 3\times 2^3$

$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 6 & 9 & 12 \\ 9 & 12 & 15 \end{bmatrix} \Rightarrow 81 = 3\times 3^3$

Cuando la matriz sea de 10×10, la suma de sus térrminos será: $3\times 10^3 = 3000$

Clave B

13 $F_1 \rightarrow 0 = 3\times \frac{1(1-1)}{2}$

$F_2 \rightarrow 3 = 3\times \frac{2(2-1)}{2}$

$F_3 \rightarrow 9 = 3\times \frac{3(3-1)}{2}$

$F_4 \rightarrow 18 = 3\times \frac{4(4-1)}{2}$

$\vdots$

$F_{20}: 3\times \frac{20(20-1)}{2} = 570$

Clave B

14 $P_0 \rightarrow 0 = \frac{0}{2}$

$P_2 \rightarrow 1 = \frac{2}{2}$

$P_4 \rightarrow 2 = \frac{4}{2}$

$P_6 \rightarrow 3 = \frac{6}{2}$

$\vdots$

$P_{50} \rightarrow \frac{50}{2} = 25$ puntos de intesección

Clave C

15 En los extremos hay 2 puntos de corte.

1.° ◆ = 4 cortes

2.° ◆ = 4

$\vdots$

2000.° ◆ = 4

$\Rightarrow 2000\times 4 = 8000$ puntos de corte

En total: $8000 + 2 = 8002$ puntos de corte

Clave B

16 $\frac{2+4+6+\ldots+4444}{1+3+5+\ldots+4443} = \frac{(2222)(2223)}{\left(\frac{4443+1}{2}\right)^2}$

$= \frac{(2222)(2223)}{(2222)(2222)} = \frac{2223}{2222}$

Clave B

17 El total de esferas es: $\frac{100(100+1)}{2} = 5050$

Clave C

18 $R = \underbrace{333\ldots31}_{100 \text{ cifras}} \times \underbrace{333\ldots38}_{100 \text{ cifras}}$

$1\times 8 = 8 \Rightarrow \Sigma$ cifras $= 8 = 9(1) - 1$

$31\times 38 = 1178 \Rightarrow \Sigma$ cifras $= 17 = 9(2) - 1$

$331\times 338 = 111\,878$

$\Rightarrow \Sigma$ cifras $= 26 = 9(3) - 1$

Generalizando: Σ cifras $(R) = 9(100) - 1 = 899$

Clave A



19 Calculamos los puntos de corte en cada figura:

$F_1: 5 = 1^2 + 4 \times 1$

$F_2: 12 = 2^2 + 4 \times 2$

$F_3: 21 = 3^2 + 4 \times 3$

$\vdots$

$F_{20}: 20^2 + 4 \times 20 = 480$ **Clave C**

20 $P_1 \longrightarrow 4 = 2(1)(1 + 1)$

$P_2 \longrightarrow 12 = 2(2)(2 + 1)$

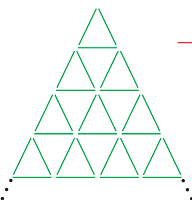
$P_3 \longrightarrow 24 = 2(3)(3 + 1)$

$\vdots$

$P_{200}: 2(200)(201) = 80\,400$ **Clave D**

NIVEL 3 (página 54)

21



n.° de cerillos

$\rightarrow 3 = \frac{3}{2}(1)(1+1)$

$\rightarrow 9 = \frac{3}{2}(2)(2+1)$

$\rightarrow 18 = \frac{3}{2}(3)(3+1)$

$\rightarrow 30 = \frac{3}{2}(4)(4+1)$

El número total de cerillos es:

$\frac{3}{2}(19)(19+1) = 570$

Pero en la base hay 19 cerillos menos, entonces:

n.° total cerillos = 570 – 19 = 551 **Clave B**

22 Enumeramos las filas desde la parte superior y contamos los círculos sombreados en cada una de ellas.

$F_1 \rightarrow 1 = 1 \times 2 - 1$

$F_2 \rightarrow 3 = 2 \times 2 - 1$

$F_3 \rightarrow 5 = 3 \times 2 - 1$

$F_4 \rightarrow 7 = 4 \times 2 - 1$

$F_5 \rightarrow 9 = 5 \times 2 - 1$

$\vdots$

$F_{91} \rightarrow 91 \times 2 - 1 = 181$ **Clave E**

23 $C_2^n = 1275$

$\frac{n!}{2!(n-2)!} = 1275$

$\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = 1275$

$\frac{n(n-1)}{2} = 1275$

$n(n - 1) = 51(50)$

$\therefore n = 51$ **Clave D**

24 $F_1 \rightarrow 1 = 2^1 - 1$

$F_2 \rightarrow 3 = 2^2 - 1$

$F_3 \rightarrow 7 = 2^3 - 1$

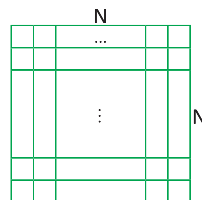
$F_4 \rightarrow 15 = 2^4 - 1$

$F_5 \rightarrow 31 = 2^5 - 1$

$\vdots$

$F_{n+1} \longrightarrow 2^{n+1} - 1$ **Clave B**

25



Número de cuadrados:

$\Rightarrow 1 = 1^2$

$\Rightarrow 1 + 4 = 1^2 + 2^2$

$\Rightarrow 1 + 4 + 9 = 1^2 + 2^2 + 3^2$

Con los datos:

$\Rightarrow 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots N^2 = [N(N + 1)(2N + 1)]/6$

Clave A

26 $F_1: 5 = \frac{3 \times 4}{2} - 1^2$

$F_2: 11 = \frac{5 \times 6}{2} - 2^2$

$F_3: 19 = \frac{7 \times 8}{2} - 3^2$

$\vdots$

$F_{20}: \frac{41 \times 42}{2} - 20^2 = 461$

Clave B

27 $F_1 \longrightarrow 2 = \frac{1(2)}{2} + 1$

$F_2 \longrightarrow 4 = \frac{2(3)}{2} + 1$

$F_3 \longrightarrow 7 = \frac{3(4)}{2} + 1$

$F_4 \longrightarrow 11 = \frac{4(5)}{2} + 1$

$\vdots$

$F_{40}: \frac{40(41)}{2} + 1 = 821$

Clave B

28 1.° P $\longrightarrow 1 = 2^0$

2.° P / OO $\longrightarrow 2 = 2^1$

3.° P / O O / R R R $\longrightarrow 4 = 2^2$

$\vdots$

$12 \longrightarrow 2^{12-1} = 2^{11}$

Clave B



29 Hallamos el primer término de la fila 30.

1 1 3 7 13 21
0 2 4 6 8
2 2 2 2

$t_n = an^2 + bn + c$ $\qquad a = \frac{2}{2} = 1$

$c = 0$ $\qquad b = 0 - 1 = -1$

$\Rightarrow t_n = n^2 - n + 1 \Rightarrow t_{30} = 30^2 - 30 + 1 = 871$

En la fila 30 tenemos:

$871; 873; 875; ...; a_{30}$

$a_{30} = 871 + (30 - 1)2 \Rightarrow a_{30} = 929$

$\therefore$ La suma del primer y último término de la fila 30 es: $871 + 929 = 1800$

Clave D

30 $F_1 \rightarrow 1 = \frac{1(1+1)}{2}$

$F_2 \rightarrow 3 = \frac{2(2+1)}{2}$

$F_3 \rightarrow 6 = \frac{3(3+1)}{2}$

$\vdots$

$F_{(x-4)} \rightarrow 120 = \frac{(x-4)[(x-4)+1]}{2}$

$240 = (x - 4)(x - 3)$

$15(16) = (x - 4)(x - 3)$

$x = 19$

Clave E

Unidad 1

Promedios

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 59)

1 Aplicando: $\overline{MG}^2 = \overline{MA} . \overline{MH}$

$\Rightarrow 18^2 = \overline{MA} . 14{,}4 \Rightarrow 324 = \overline{MA} \times \frac{144}{10}$

$\overline{MA} = \frac{324 \times 10}{144} \Rightarrow \frac{45}{2} = 22{,}5$

Clave B

2 Del enunciado:

$\overline{MA} \times \overline{MH} \times \overline{MG} = 512$

$\overline{MG}^2 \times \overline{MG} = 512$

$\overline{MG}^3 = 512 \Rightarrow \overline{MG} = 8$

Como: $\overline{MA} > \overline{MG} > \overline{MH} \Rightarrow \overline{MH} = 6{,}4$

Luego: $\overline{MG}^2 = \overline{MA} \times \overline{MH}$

$8^2 = \overline{MA} \times 6{,}4 \Rightarrow \overline{MA} = 10$

Clave E

3 Sean $a_1; a_2; a_3; ...; a_{15}$ los 15 números.

Por dato: $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{15}}{15} = 18$

$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{15} = 270$

Se anula el 21 y 28:

$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{15} - (21 + 28)}{13}$

$\frac{270 - 49}{13} = \frac{221}{13} = 17$

Clave C

4 Sean $a_1; a_2; a_3; ...; a_{60}$ los 60 números.

Según el enunciado:

$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{60}}{60} = 48$

$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{60} = 2880$

Se anula el 75 y 79:

$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{60} - (75 + 79)}{58}$

$\frac{2880 - 154}{58} = \frac{2726}{58} = 47$

Clave D

5 $3 \qquad 5 \qquad 7 \qquad 21$

$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$

$2(1) + 1 \quad 2(2) + 1 \quad 2(3) + 1 \quad 2(10) + 1$

$\text{Promedio} = \frac{2(1 + 2 + 3 + ... + 10) + 10 \times 1}{10}$

$= \frac{2 \times \frac{10 \times 11}{2} + 10}{10} = 11 + 1 = 12$

Clave A

6 $11 \qquad 15 \qquad 19 \qquad 75$

$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$

$4(1) + 7 \quad 4(2) + 7 \quad 4(3) + 7 \quad 4(17) + 7$

$\text{Promedio} = \frac{4(1 + 2 + 3 + ... + 17) + 17 \times 7}{17}$

$= \frac{4 \times \frac{17 \times 18}{2} + 17 \times 7}{17} = 36 + 7 = 43$

Clave B

7 Sabemos que: $\overline{MA} > \overline{MG} > \overline{MH}$

Entonces: $\overline{MA} = 5$ y $\overline{MG} = 4$

Aplicando: $\overline{MG}^2 = \overline{MA} \times \overline{MH}$

$\Rightarrow 4^2 = 5 \times \overline{MH} \quad 16 = 5 \times \overline{MH} \Rightarrow \overline{MH} = 3{,}2$

Clave A



8 Sea el número: 10n

Por dato: $\overline{MH}\left(\frac{1}{2}(10n); \frac{1}{5}(10n)\right) = 16$

$\frac{2(5n)(2n)}{5n+2n} = 16 \Rightarrow \frac{20n}{7n} = 16 \Rightarrow n = \frac{28}{5}$

Luego: $10\left(\frac{28}{5}\right) = 56$

Clave B

9 Sean a; b; c; d; e las edades de los 5 jóvenes.

Por dato: $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 17$

$\Rightarrow a+b+c+d+e = 85$

Sea "x" edad máxima de 2 jóvenes $\Rightarrow c = d = e = 15$

Luego: $a+b+c+d+e = 85$

$x + x + 15 + 15 + 15 = 85$

$2x + 45 = 85 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$

Clave C

10 Sean a; b y c los números:

doble

$a = 4x \qquad b = 3x \qquad c = 2x$

b es $\overline{MA}$ de a y c

Luego: $\overline{MA}(a; b; c) = \frac{4x+3x+2x}{3} = 18$

$\frac{9x}{3} = 18 \Rightarrow x = 6$

$\therefore$ El menor es: 2(6) = 12

Clave A

11 $\overline{MG}(a; b) = 12 \Rightarrow \sqrt{a \times b} = 12$

$ab = 144$

$\overline{MG}(a+b; b+9) = 20 \Rightarrow \sqrt{(a+b)(b+9)} = 20$

$(a+b)(b+9) = 400$

$ab + 9a + b^2 + 9b = 400$

$144 + b^2 + 9(a+b) = 400$

$b^2 + 9(a+b) = 256$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$11 \quad 4 \quad 11$

Luego: a = 4; b = 11

Finalmente: b − a = 7

Clave E

12 $\text{Promedio de edad} = \frac{16(25)+17(30)+18(50)+19(10)+20(35)}{25+30+50+10+35}$

$= \frac{400+510+900+190+700}{150}$

$= \frac{2700}{150} = 18$

Clave D

13 Sean: x + 1; x + 3; x + 5; x + 7; x + 9 los 5 números impares

Promedio $= \frac{x+1+x+3+x+5+x+7+x+9}{5}$

$= \frac{5x+25}{5} = x+5$

I. n.° intermedio = x + 5 = promedio (V)

II. $\overline{MA}(x+7; x+9) = \frac{x+7+x+9}{2} = \frac{2x+16}{2} = x+8$ (F)

III. $\overline{MA}(x+1; x+9) = \frac{x+1+x+9}{2} = \frac{2x+10}{2} = x+5$ (V)

IV. $\overline{MA}(x+3; x+7) = \frac{x+3+x+7}{2} = \frac{2x+10}{2} = x+5$ (V)

Clave C

14 $\text{Ingreso promedio} = \frac{8(180)+6(190)+3(200)+2(240)+1(260)}{8+6+3+2+1}$

$= \frac{1440+1140+600+480+260}{20}$

$= \frac{3920}{20} = S/.196$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 61)

1 Sean los números: a; b; c

Por condición del problema:

$20 = \frac{a+b+c}{3}$

$60 = a+b+c$ ...(1)

Además: $a + b = 39$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$60 = 39 + c \qquad \therefore c = 21$

Clave E

2 Sean los números: k; k + 1; k + 2

Por condición del problema: $\frac{k+k+1+k+2}{3} = 18$

$3k + 3 = 54 \Rightarrow k = 17$

Los números son: 17; 18; 19

$\Rightarrow$ Los consecutivos siguientes son: 20; 21; 22

Promedio $= \frac{20+21+22}{3} = \frac{63}{3}$ $\therefore$ Promedio = 21

Clave B

3 Sean los números: k; k + 2

Por condición del problema: $\frac{k+k+2}{2} = 17$

$2k + 2 = 34$

$k = 16$

Los números son: 16; 18

$\Rightarrow$ Los pares consecutivos siguientes son: 20; 22

Promedio $= \frac{20+22}{2} = \frac{42}{2}$ $\therefore$ Promedio = 21

Clave C

4 Sean los números: a; b; c; d

Por condición del problema: $\frac{a+b+c+d}{4} = 31$

$a+b+c+d = 124$ ...(1)

Además: $\frac{a+b}{2} = 23$

$a + b = 46$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$46 + c + d = 124 \Rightarrow c + d = 78$

Promedio $= \frac{c+d}{2} = \frac{78}{2}$ $\therefore$ Promedio = 39

Clave B



5 Dato: $\overline{MG}(a; 12) = 6$

$\sqrt{a \,.\, 12} = 6 \Rightarrow a \,.\, 12 = 6^2 \qquad \therefore\ a = 3$

Clave E

6 Dato: $\overline{MH}\ (b; 24) = 16$

$\dfrac{2 \,.\, b \,.\, 24}{b + 24} = 16 \ \Rightarrow\ b = 12$

Clave A

7 Sean los números: k; $k + 2$; $k + 4$

Por condición del problema: $\dfrac{k + k + 2 + k + 4}{3} = 15$

$k = 13$

Los números son: 13; 15; 17

Los impares consecutivos siguientes son:

19; 21; 23; 25

$\Rightarrow$ Promedio $= \dfrac{19 + 21 + 23 + 25}{4} = 22$

Clave C

8 Sean los números: a; b

Por condición del problema:

$\overline{MA}(a; b) = 9$	n: $\overline{MA}(3a; b - 2) = 15$
$\dfrac{a + b}{2} = 9$	$\dfrac{3a + b - 2}{2} = 15$
$a + b = 18 \quad ...(1)$	$3a + b = 32 \quad ...(2)$

De (1) y (2) obtenemos: $a = 7 \ \wedge\ b = 11$

$\therefore\ b - a = 11 - 7 = 4$

Clave D

9 $A = \overline{MA}(19; 13) = \dfrac{19 + 13}{2} = 16$

$B = \overline{MA}(8; 10) = \dfrac{8 + 10}{2} = 9$

$\Rightarrow\ \overline{MG}(A; B) = \overline{MG}(16; 9) = \sqrt{16 \,.\, 9} = 4 \,.\, 3$

$\therefore\ \overline{MG}(16; 9) = 12$

Clave A

10 Dato: $\overline{MA}(k; 2k) = 6$

$\dfrac{k + 2k}{2} = 6 \Rightarrow 3k = 12 \Rightarrow k = 4$

Los números son: 4; 8

$\therefore$ El mayor de ellos es 8.

Clave C

NIVEL 2 (página 61)

11 Promedio $= \dfrac{\overbrace{a + a + a + ... + a}^{b\text{ veces}} + \overbrace{b + b + b + ... + b}^{a\text{ veces}}}{b + a}$

Promedio $= \dfrac{ab + ba}{b + a}$

$\therefore$ Promedio $= \dfrac{2ab}{a + b}$

Clave B

12 Sean los números: $16k$; $9k$

$\overline{MA}(16k; 9k) = \dfrac{16k + 9k}{2} = \dfrac{25}{2}k$

$\overline{MG}(16k; 9k) = \sqrt{16k.9k} = 4 \,.\, 3k = 12k$

$\therefore\ \dfrac{\overline{MA}}{\overline{MG}} = \dfrac{\frac{25}{2}k}{\frac{12}{1}k} = \dfrac{25}{24}$

Clave E

13 Sea la suma de los 20 números: S_{20}

Sea el nuevo número: x

Datos:

$\overline{PA} = \dfrac{S_{20}}{20}$	$\overline{PA} = \dfrac{S_{20} + x}{21}$
↓	↓
$25 = \dfrac{S_{20}}{20} \ \Rightarrow\ S_{20} = 500$	$25 = \dfrac{S_{20} + x}{21}$
	$525 = 500 + x$
	$\therefore x = 25$

Clave B

14 Sean los números: a; b

Datos:

$\overline{MA}(a, b) = 18{,}5$

$\dfrac{a + b}{2} = 18{,}5 \Rightarrow a + b = 37 \qquad ...(1)$

$\overline{MG}(a; b) = 17{,}5$

$\sqrt{a.b} = 17{,}5 \Rightarrow a \,.\, b = \left(\dfrac{35}{2}\right)^2 \qquad ...(2)$

De (1) y (2) obtenemos:

$a = \dfrac{49}{2} \Rightarrow b = \dfrac{25}{2}$

$\therefore$ El mayor es $\dfrac{49}{2}$

Clave A

15 $\overline{MH}(a; 4) = 6$

$\dfrac{2.a.4}{a + 4} = 6 \Rightarrow 8a = 6a + 24 \Rightarrow a = 12$

$\overline{MH}(8; b) = 12$

$\dfrac{2.8.b}{8 + b} = 12 \Rightarrow 16b = 96 + 12b \Rightarrow b = 24$

$\Rightarrow\ \overline{MH}(a; b) = \overline{MH}(12; 24) = 2 \,.\, \dfrac{12.24}{12 + 24}$

$\therefore\ \overline{MH}(12; 24) = 16$

Clave E

16 Sean los números: a; b

$\overline{MA}(a; b) = \dfrac{a + b}{2}$

$20 = \dfrac{a + b}{2} \Rightarrow a + b = 40 \qquad ...(1)$

$\overline{MG}(a; b) = \sqrt{ab}$

$10 = \sqrt{ab} \Rightarrow a \times b = 100 \qquad ...(2)$

Nos piden:

$\overline{MH}(a; b) = 2 \times \dfrac{\overbrace{a \times b}^{100}}{\underbrace{a + b}_{40}} = 2 \times \dfrac{100}{40} = \dfrac{200}{40}$

$\therefore\ \overline{MH}(a; b) = 5$

Clave B

17 Sean los números: a; b

Dato:

$\overline{MA}(a; b) = \dfrac{a + b}{2}$

$5 = \dfrac{a + b}{2} \Rightarrow a + b = 10 \qquad ...(1)$



$\overline{MH}(a; b) = \dfrac{2ab}{a+b}$

$\dfrac{24}{5} = \dfrac{2ab}{\underbrace{a+b}_{10}} \Rightarrow ab = 24$ ...(2)

De (1) y (2) obtenemos a y b: a = 6 ; b = 4

Clave C

18 Sean los números: a; b, c, d

Dato: $\overline{MG}(a; b) = \sqrt{a \times b}$

$6 = \sqrt{a \times b} \Rightarrow a \times b = 36$

$\overline{MG}(c; d) = \sqrt{c \times d}$

$4 = \sqrt{c \times d} \Rightarrow c \times d = 16$

Nos piden: $\overline{MG}(a; b; c, d) = \sqrt[4]{\underbrace{a.b}_{36} \times \underbrace{c.d}_{6}}$

$\therefore \overline{MG}(a; b; c; d) = 2\sqrt{6}$ **Clave D**

19 Sea el producto de los 8 números: P_8

Sea el producto de los otros 8 números: P'_8

Datos:

$\overline{PG}(P_8) = \sqrt[8]{P_8}$ ↓ 8 $= \sqrt[8]{P_8} \Rightarrow 8^8 = P_8$

$\overline{PG}(P'_8) = \sqrt[8]{P'_8}$ ↓ 4 $= \sqrt[8]{P'_8} \Rightarrow 4^8 = P'_8$

Nos piden:

$\overline{PG} = (P_8; P'_8) = \sqrt[16]{P_8 \times P'_8} = \sqrt[16]{8^8 \times 4^8} = \sqrt{8 \times 4}$

$\therefore \overline{PG}(P_8; P'_8) = 4\sqrt{2}$ **Clave B**

20 Sea la suma de los 20 números: S_{20}

Sea el nuevo número: x

Datos:

$\overline{PA} = \dfrac{S_{20}}{20}$ ↓ $25 = \dfrac{S_{20}}{20} \Rightarrow S_{20} = 500$

$\overline{PA} = \dfrac{S_{20}+x}{21}$

$26 = \dfrac{S_{20}+x}{21}$

$\Rightarrow 26 . 21 = 500 + x$

$\therefore x = 46$

Clave E

NIVEL 3 (página 62)

21 Sea la suma de los 7 números: S_7

Sea la suma de los 5 primeros números: S_5

Sea la suma de los otros 2 números: S_2

$\Rightarrow S_7 = S_5 + S_2$ ...(1)

Dato: $\overline{PA}(S_7) = \dfrac{S_7}{7}$

26

$26 = \dfrac{S_7}{7} \Rightarrow S_7 = 182$ ...(2)

Además: $S_5 = 66$ ...(3)

Reemplazando (2) y (3) en (1):

$182 = 66 + S_2 \Rightarrow S_2 = 116$

$\Rightarrow \overline{PA}(S_2) = \dfrac{S_2}{2} = \dfrac{116}{2}$

$\therefore \overline{PA}(S_2) = 58$

Clave A

22 Sea la suma de 20 números: S_{20}

Sea la suma de 30 números: S_{30}

Sea la suma de 50 los números: S_{50}

Dato: $\overline{PA}(S_{20}) = \dfrac{S_{20}}{20}$

$35 = \dfrac{S_{20}}{20} \Rightarrow S_{20} = 700$

$\Rightarrow \overline{PA}(S_{30}) = \dfrac{S_{30}}{30} \Rightarrow 60 = \dfrac{S_{30}}{30} \Rightarrow S_{30} = 1800$

Nos piden:

$\overline{PA}(S_{50}) = \dfrac{S_{20}+S_{30}}{50} = \dfrac{700+1800}{50}$

$\therefore \overline{PA}(S_{50}) = 50$ **Clave C**

23 Sean los números: a; b

Del enunciado planteamos:

$2\overline{MA}(a; b) = [\overline{MG}(a; b)]^2 + 1$

$2 \times \dfrac{a+b}{2} = \left(\sqrt{a \times b}\right)^2 + 1 \Rightarrow a + b = ab + 1$

Dato: a = 120

$\Rightarrow 120 + b = 120b + 1$

$119 = 119b$

$\therefore b = 1$ **Clave B**

24 Sean los números: a; b

Del enunciado planteamos: $\dfrac{\overline{MA}(a, b)}{\overline{MG}(a, b)} = \dfrac{5}{3}$

$\dfrac{\frac{a+b}{2}}{\frac{\sqrt{a.b}}{1}} = \dfrac{5}{3} \Rightarrow \dfrac{a+b}{\sqrt{a \times b}} = \dfrac{10}{3}$ ...(1)

Nos piden: $x = \dfrac{a}{b}$

$a = bx$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$\dfrac{bx+b}{\sqrt{bxb}} = \dfrac{10}{3} \Rightarrow \dfrac{b(x+1)}{b\sqrt{x}} = \dfrac{10}{3}$

$\dfrac{x+1}{\sqrt{x}} = \dfrac{10}{3}$ (x = 9; x = 9) $\therefore x = 9$

Clave D

25 Datos: • $\overline{MA}(a; b) \times \overline{MH}(a; b) = 196$

$\left(\dfrac{a+b}{2}\right) \times \left(2 \times \dfrac{ab}{a+b}\right) = 196$

$a \times b = 196$

$\Rightarrow \overline{MG}(a; b) = \sqrt{196} = 14$



- $\overline{MA}(a;b) \times \overline{MG}(a;b) = 245$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right) \times (14) = 245$$

$$a+b = \frac{245}{7}$$

$\therefore\ a+b = 35$ **Clave D**

26 Sean los números: 9, 18; a; b

Del enunciado planteamos:

$\overline{MH}(9;18;9;b) = 8$

$$\frac{4}{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = 8$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{1}{3}$$

Nos piden: $\overline{MH}(a;b) = \cfrac{2}{\underbrace{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}_{\frac{1}{3}}}$

$\therefore\ \overline{MH}(a;b) = 6$ **Clave B**

27 Sea el n.° de hombres: 3k

Sea el n.° de mujeres: 5k

Sea la suma de edades de los hombres: S_h

Sea la suma de edades de las mujeres: S_m

Datos:

$$\text{Promedio edad (hombre)} = \frac{S_h}{3k}$$

$$17 = \frac{S_h}{3k} \Rightarrow S_h = 51k$$

$$\text{Promedio edad (mujeres)} = \frac{S_m}{5k}$$

$$15 = \frac{S_m}{5k} \Rightarrow S_m = 75k$$

Nos piden:

$$\text{Promedio edad (total)} = \frac{S_m+S_h}{3k+5k}$$

$$\text{Promedio edad (total)} = \frac{75k+51k}{8k} = \frac{126}{8}$$

$\therefore$ Promedio edad (total) = 15,75 años **Clave B**

28 Sea el número: x

Dato:

MH(20%x; 30%x) = 19,2

$$\frac{2(20\%\ x)(30\%\ x)}{20\%\ x + 30\%\ x} = 19,2$$

$$\frac{\frac{12}{100}x^2}{\frac{50x}{100}} = 19,2 \Rightarrow \frac{12}{50}x = 19,2$$

$$x = \frac{19,2\,.\,50}{12} \quad \therefore\ x = 80$$

Clave C

29 Sea el n.° de hombres: 75% x = 0,75x

Sea el n.° de mujeres: x

Sea la suma de estaturas de hombres: S_h

Sea la suma de estaturas de mujeres: S_m

Sea la suma de total de personas: S_t

Datos:

$$\underset{\text{estatura}}{\text{Promedio}}\ (\text{total}) = \frac{S_t}{x+0,75x} = 1,57 \Rightarrow S_t = 2,7475x$$

$$\underset{\text{estatura}}{\text{Promedio}}\ (\text{mujeres}) = \frac{S_m}{x} = 1,54 \Rightarrow S_m = 1,54x$$

$$\underset{\text{estatura}}{\text{Promedio}}\ (\text{hombres}) = \frac{S_t - S_m}{0,75x} = \frac{2,7475x - 1,54x}{0,75x}$$

$\therefore\ \underset{\text{estatura}}{\text{Promedio}}$ (hombres) = 1,61 metros **Clave E**

30 Sean los números: a; b; c; d

Datos:

$$\text{Promedio }(a;b;c;d) = \frac{a+b+c+d}{4} = 11$$

$$a+b+c+d = 44 \quad \ldots(1)$$

Promedios tomados de 3 en 3 son pares consecutivos.

$$\frac{a+b+c}{3} = k \Rightarrow a+b+c = 3k \quad \ldots(\alpha)$$

$$\frac{b+c+d}{3} = k+2 \Rightarrow b+c+d = 3(k+2) \ldots(\beta)$$

$$\frac{c+d+a}{3} = k+4 \Rightarrow c+d+a = 3(k+4) \ldots(\theta)$$

$$\frac{d+a+b}{3} = k+6 \Rightarrow d+a+b = 3(k+6) \ldots(\gamma)$$

(+)

$$3(a+b+c+d) = 3\,(4k+12)$$

$$a+b+c+d = 4k+12 \quad \ldots(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$44 = 4k + 12 \Rightarrow k = 8$

Reemplazando (γ) en (1), obtenemos el menor de los números.

$c + 3(k+6) = 44$

$c + 3(8+6) = 44$

$\therefore\ c = 2$

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 69)

1 Como:

$$\boxed{P}^{\boxed{H}} = \frac{P + H + 15}{2}$$

$$\boxed{3}^{\boxed{x}} = \frac{3 + x + 15}{2} = 14$$

$x = 10$

Piden:

$$\boxed{x^2}^{\boxed{5}} = \boxed{100}^{\boxed{5}} = \frac{5 + 100 + 15}{2} = 60$$

Clave A

2 Como: $a * b = a - b$

$\Rightarrow 4 * 5 = 4 - 5$

$4 * 5 = -1$

Piden: $(4 * 5) \triangle x = \frac{5}{6}$

$-1 \triangle x = \frac{5}{6} \ldots (1)$

Como $m \triangle n = \frac{m}{n} + 1$

$\Rightarrow$ En (1) tenemos:

$-1 \triangle x = \frac{5}{6}$

$-\frac{1}{x} + 1 = \frac{5}{6}$

$\therefore x = 6$

Clave D

3 Como: $\textcircled{B} = (B + 1)^2$

$\textcircled{\textcircled{A}} = (9 + 1)^2 \Rightarrow \textcircled{A} = 9$

Luego:

$\textcircled{A} = (2 + 1)^2 \Rightarrow \textcircled{A} = 2$

Finalmente:

$\textcircled{A} = (A + 1)^2 = 2 \quad \therefore A = \sqrt{2} - 1$

Clave C

4 Como: $a \odot b = 4a + b$

$\Rightarrow 2 \odot 3 = 4 . 2 + 3 = 11$

$\Rightarrow 5 \odot 1 = 4 . 5 + 1 = 21$

Piden

$(2 \odot 3) \odot (5 \odot 1)$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\therefore 11 \quad \odot \quad 21 = 4 . 11 + 21 = 65$

Clave E

5 Como: $\# m = 2(m - 3)$

$*n = 3(n - 2)$

$\Rightarrow \#(*x) = *(\#5)$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\#[3(x - 2)] = *[2(5 - 3)]$

$\#[3x - 6] = *[4]$

$2(3x - 6 - 3) = 3(4 - 2)$

$6x - 18 = 6$

$\therefore x = 4$

Clave B

6 Como: $a \# b = \frac{2a . b}{a + b}$

$\Rightarrow 30 \# 20 = \frac{2 . 30 . 20}{30 + 20} = 24$

$\Rightarrow 4 \# 12 = \frac{2 . 4 . 12}{12 + 4} = 6$

Finalmente $R = \frac{30 \# 20}{4 \# 12} = \frac{24}{6} = 4$

Clave D

7 Como: $3a \nabla 2b = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$\Rightarrow k = 48 \nabla 18 = 3 . 16 \nabla 2 . 9$

$\Rightarrow a = 16 \wedge b = 9$

$k = 3 . 16 \nabla 2 . 9 = \sqrt{16} - \sqrt{9}$

$\therefore k = 4 - 3 = 1$

Clave E

8 Como: $a \triangle b = 2a - b$

$p * q = 3p + q$

$\Rightarrow (6 * 4) = 3 . 6 + 4 = 22$

$(8 \triangle 5) = 2 . 8 - 5 = 11$

$(2 \triangle 3) = 2 . 2 - 3 = 1$

Finalmente: $A = \frac{(6 * 4)}{(8 \triangle 5)} + (2 \triangle 3) = \frac{22}{11} + 1 = 3$

Clave A

9 Como: $(2a) * (3b) = 3a + 2b$

$\Rightarrow 4 * 3 = 2 . 2 * 3 . 1 = 3 . 2 + 2 . 1 = 8$
(↓ a, ↓ b)

$2 * 9 = 2 . 1 * 3 . 3 = 3 . 1 + 2 . 3 = 9$
(↓ a, ↓ b)

Nos piden: $P = (4 * 3) * (2 * 9)$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$P = 8 * 9$

$\therefore P = 2 . 4 * 3 . 3 = 3 . 4 + 2 . 3 = 18$
(↓ a, ↓ b)

Clave E

10 Como:

$\textcircled{x} = x + 3$

$\boxed{x} = 3\textcircled{x} + 2 = 3(x + 3) + 2 = 3x + 11$

$\boxed{x} = 3x + 11$

$\Rightarrow \textcircled{2} = 2 + 3 = 5$

$\boxed{1} = 3 . 1 + 11 = 14$

$\boxed{\textcircled{3}} = \boxed{3 + 3} = \boxed{6} = 3 . 6 + 11 = 29$

$\therefore Q = \textcircled{2} + \boxed{1} + \boxed{\textcircled{3}} = 5 + 14 + 29 = 48$

Clave C



11

$$a\%b = \begin{cases} a + b; \text{ si a es par} \\ a - b; \text{ si a es impar} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $2\%5 = 2 + 5 = 7$; 2 es par

$7\%1 = 7 - 1 = 6$; 7 es impar

Finalmente $\underbrace{(2 \% 5)}_{7} \% \underbrace{(7 \% 1)}_{6}$

$7 \quad \% \quad 6 = 7 - 6$; 7 es impar

$\therefore\ 7 \% 6 = 1$

Clave D

12 Como:

$$a \triangle b = \begin{cases} 3a - 2b \text{ ; si } a > b \\ 3b - 2a \text{ ; si } b \geq a \end{cases}$$

$\Rightarrow\ 3 \triangle 1 = 3 . 3 - 2 . 1 = 7\ ;\ 3 > 1$

$\Rightarrow\ 1 \triangle 2 = 3 . 2 - 2 . 1 = 4\ ;\ 2 \geq 1$

Ahora: $E = \underbrace{(3 \triangle 1)}_{7} \triangle \underbrace{(1 \triangle 2)}_{4}$

$7 \quad \triangle \quad 4;\ \ 7 > b$

$E = 3 . 7 - 2 . 4 = 13$

Clave C

13 Como:

$$x \oplus y = \begin{cases} \dfrac{x}{x + y};\ \text{si: } x . y \geq 0 \\ x . y;\ \text{si: } x . y < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow\ 2 \oplus -1 = (2)(-1) = -2\ \ ;\ (2)(-1) < 0$

$\Rightarrow\ (2 \oplus -1) \oplus -4$

$(-2 \oplus -4)\ \ ;\ (-2)(-4) \geq 0$

$\therefore\ \dfrac{-2}{-2 + -4} = \dfrac{-2}{-6} = \dfrac{1}{3}$

Clave A

14 Como:

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc;$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 5 . 8 - 3 . 2 = 34$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = x . 2 - (-1)(4) = 2x + 4$

Finalmente

$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$

$34 = 2(2x + 4)$

$34 = 4x + 8$

$34 - 8 = 4x$

$\therefore\ x = \dfrac{13}{2}$

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 71)

1 4 ♥ 3 = 2(4) – 3(3) = –1

1 ♥ 2 = 2(1) – 3(2) = –4

$\Rightarrow (-1)(-4) = 4$

Clave C

2 $a\ \theta\ b = (b + a)^2$

$2\ \theta\ 3 = (3 + 2)^2 = 25$

$R = 25\ \theta\ (-5)$

$R = (-5 + 25)^2 = (20)^2 = 400$

Clave E

3 $a \otimes b = \dfrac{(a + b)^3}{(a + b)^2} = a + b$

$10 \otimes 11 = 10 + 11 = 21$

Clave C

4 $m = \dfrac{(4)(4)}{(4)} = 4$

Clave C

5 $4\ \$\ 5 = 5(4) - 9(5) + 21 = -4$

$9\ \$\ 7 = 5(9) - 9(7) + 21 = 3$

$\Rightarrow (-4)\ \$\ (3) = 5(-4) - 9(3) + 21$

$= -20 - 27 + 21$

$= -26$

Clave B

6 E = | 2 | 1 | + | 4 | 2 | + | 1 | 0 |

$E = (2^2 - 1^2) + (4^2 - 2^2) + (1^2 - 0^2)$

$E = 3 + 12 + 1 = 16$

Clave A

7 $5 * 3 = 3(5) - 4(3) = 15 - 12 = 3$

(5 ∗ 3) ▲ 10 = 3 ▲ 10

$= 3^2 - 2(3)(10) + 47$

$= 9 - 60 + 47$

$= -4$

Clave B

8 $a * b = a^2 - b^2$

$a * b = 401^2 - 400^2$

$= (401 + 400)(401 - 400)$

$= (801)(1) = 801$

Clave E

9 $x * 3 = 27$

$(2x + 3)(3) = 27$

$\Rightarrow x = 3$

Clave A



10 $7 \% 8 = (10 - 3)\% 2(4)$

$\downarrow$ x $\downarrow$ y

$7 \% 8 = 4(10 + 1) = 44$

Clave B

11 $x @ y = (x^2 + y^2)^3$

$$R = \frac{\sqrt{6} @ \sqrt{10}}{\sqrt{3} @ \sqrt{1}} = \frac{(6+10)^3}{(3+1)^3} = \frac{16^3}{4^3} = 64$$

Clave E

12 $[(4 * 3) * (12 * 13)] * [8 * (6 * 4)]$

$(4*3) = 1$, $(12*13) = -1$, $(6*4) = 2$

$1 * (-1) = 2$, $8 * 2 = 6$

$2 * 6 = -4$

Clave C

NIVEL 2 (página 72)

13 $(4 \$ 3) \% (1 \$ 7)$

$(2 \times 4 \times 3 - 13) \% (2 \times 1 \times 7 - 13)$

$11 \% 1 = 45 - 3(11)(1)$

$11 \% 1 = 45 - 33 = 12$

Clave A

14 $5 * x = 15$

$5 * [5 + (x - 5)] = 15$

$5(x - 5) = 15$

$x - 5 = 3 \Rightarrow x = 8$

Clave C

15 $27 \bullet 8 = 3(3)^2 \bullet \sqrt{64}$

$$\Rightarrow \frac{3 \times 64}{2} = 96$$

Clave A

16 $M = 6 \blacklozenge 2$

$M = 6^{2+1} - 2^{6+1}$

$M = 6^3 - 2^7$

$M = 216 - 128$

$M = 88$

Clave C

17 $x * 2 = 3$

$x + 4(2) - 3(x)(2) = 3$

$x + 8 - 6x = 3$

$-5x = -5$

$x = 1$

Clave E

18 $\frac{21+3}{3} = \frac{x+5}{5}$

$\frac{(24)5}{3} = x + 5 \Rightarrow x + 5 = 40$

$x = 35$

Clave C

19 $\textcircled{1} = 1^2 + 4 = 5$

$\textcircled{\textcircled{1}} = 5^2 + 4 = 29$

$\boxed{3} = 2(3) - 1 = 5$

$\boxed{\boxed{3}} = 2(5) - 1 = 9$

$\therefore \textcircled{\textcircled{1}} - \boxed{\boxed{3}} = 29 - 9 = 20$

Clave B

20 $E = (9 @ 3)^2 1$

$E = [(9 - 3)^2 + 1]^2 + 1$

$E = [36 + 1]^2 + 1$

$E = 37^2 + 1$

$E = 1370$

Clave C

21 $(2x + 4) \oplus 2 = 4 \oplus 10$

$2(2x + 4) + 2 = 2(4) + 10$

$4x + 8 + 2 = 8 + 10$

$x = 2$

Clave D

22 $K = ((5 \ominus 3) \ominus (4 \ominus 2))^{1 \ominus 1}$

$(5 \ominus 3) = 4 + 4 = 8$, $(4 \ominus 2) = 3 + 3 = 6$

$K = (8 \ominus 6)^{0+2} = (8 \ominus 6)^2$

$K = (7 + 7)^2 = 14^2 = 196$

Clave B

23 $(1 \odot 3) + (4 \odot 2)$

$(3 + 1^2) + (4^2 + 2)$

$4 + 18 = 22$

Clave B

24 $D \rightarrow E = b^2 - 4ac$

$b = D + E$

$a = E - D$

$c = b - a = D + E - E + D = 2D$

$D \rightarrow E = (D + E)^2 - 4(E - D)(2D)$

$= D^2 + 2DE + E^2 - 8ED + 8D^2$

$= 9D^2 - 6DE + E^2 = (3D - E)^2$

$(1 \rightarrow 2) \rightarrow 3$

$[3(1) - 2]^2 \rightarrow 3 = 1 \rightarrow 3$

$= [3(1) - 3] = 0$

Clave E

25 $2 \# x = 4 * x$

$\Rightarrow 2^2 - 2 . x + x^2 = 3(4) + 2(x) + x^2$

$4 - 2x = 12 + 2x$

$-8 = 4x \Rightarrow x = -2$

Clave E



NIVEL 3 (página 74)

26 $\&(\odot x) = x(x+2)$

$(\odot x)^2 - 1 = x^2 + 2x$

$(\odot x)^2 = x^2 + 2x + 1$

$\odot x = x + 1$

Luego:

$\odot 3 + \&2 = (3+1) + (2^2 - 1)$

$= 4 + 3 = 7$ **Clave C**

27

$\triangle(x+2) = (x+2)(x+3)$

$\triangle\triangle(x+2) = 156 \Rightarrow \triangle(x+2) = 12$

$(x+2)(x+3) = 12$

$x = 1$

$\triangle(1^2 - 5) = \triangle(-4) = (-4)(-4+1)$

$= (-4)(-3) = 12$

Clave D

28 $R = \sqrt[24]{256}\ \alpha\ \sqrt[12]{729}$

$R = \sqrt[24]{2^8}\ \alpha\ \sqrt[12]{3^6}$

$R = \sqrt[3]{2}\ \alpha\ \sqrt{3}$

$R = 2(3) - 3(2)$

$R = 0$ **Clave D**

29 $16\ \phi\ x^3 = x$

$4^2\ \phi\ x^3 = x$

$\Rightarrow 4 = x\,.\,x$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ **Clave C**

30 $f\,(f\,(f\,(5)) + 1)\,.\,f(f(5) + 1)\,.\,f(5 + 1)$

$\dfrac{f(f(f(5)))}{f(f(5))} \cdot \dfrac{f(f(5))}{f(5)} \cdot \dfrac{f(5)}{5} = \dfrac{f(f(f(5)))}{5}$

$\Rightarrow M = \dfrac{f(f(f(5)))}{\dfrac{f(f(f(5)))}{5}} = 5$ **Clave C**

31 $\boxed{\triangle y} = (\triangle y - 1)(\triangle y + 1)$

$\triangle y^2 - 1 = y^2 + 2y$

$\triangle y^2 = y^2 + 2y + 1$

$\triangle y = y + 1$

$\triangle 3 + \boxed{2} = (3+1) + (2-1)(2+1)$

$= 4 + 3 = 7$ **Clave D**

32 $4^{x-1} \underline{|9} = a \Rightarrow 4^{x-1} = 9^a$

$2^{x+1} \underline{|3} = 2a \Rightarrow 2^{x+1} = 3^{2a}$

Luego:

$4^{x-1} = 3^{2a} = 2^{x+1}$

$2^{2x-2} = 2^{x+1}$

$\Rightarrow 2x - 2 = x + 1$

$x = 3$

Clave C

33 $(2^*)^* = (2 \times 2 + 1)^*$

$= 5^* = 2(5) + 2 = 12$

Clave C

34 $[(2^{\#})^{\triangle}]^{\square}$

$\left[\left(\dfrac{2+2}{2-1}\right)^{\triangle}\right]^{\square} = (4^{\triangle})^{\square}$

$\left(\dfrac{4^2-1}{4}\right)^{\square} = \left(\dfrac{15}{4}\right)^{\square}$

$= \left(\dfrac{15}{4} - 1\right)^2$

$= \left(\dfrac{11}{4}\right)^2 = \dfrac{121}{16}$ **Clave B**

35 $2 < 2{,}5 < 3 \Rightarrow [2{,}5] = 2$

$-3 < -2{,}5 < -2 \Rightarrow [-2{,}5] = -3$

$\therefore\ [2{,}5] + [-2{,}5] = -1$ **Clave C**

36 $[(4 * 3) * (12 * 13)] * [8 * (6 * 4)]$

$(4*3) = 5$, $(12*13) = 14$, $(6*4) = 7$

$5 * 14 = 15$, $8 * 7 = 9$

$15 * 9 = 16$

Clave C

37 $2 * 1 = 2^2 - 1^2 = 3$

$1 * 2 = 1^2 + 2^2 = 5$

$3 * 5 = 3^2 + 5^2 = 34$ **Clave D**

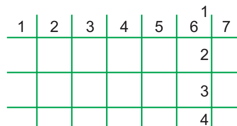
38 $(8 * 9) + (5 * 6)$

$(-1)^8 + (-1)^6 = 2$ **Clave D**

Conteo de figuras

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 81)

1



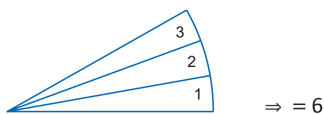
Segmentos horizontales: 28 . 3 = 84

Segmentos verticales: 10 . 6 = 60

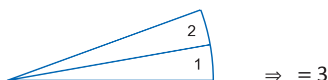
∴ 60 + 84 = 144 segmentos

Clave E

2



⇒ = 6



⇒ = 3



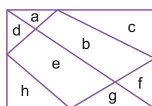
⇒ 1

Analizando cada sector circular

⇒ En total hay 6 + 3 + 1 = 10

Clave B

3



n.° de cuadriláteros:

1 letra: b; e ⟶ 2

2 letras: ab; bf; de; eg; eb ⟶ 5

3 letras: abc; bcf; deh; egh ⟶ 4

4 letras: 0

5 letras: 0

6 letras: 0

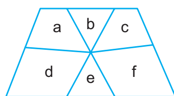
7 letras: 0

8 letras: abcdefgh ⟶ 1

⇒ Total: 12

Clave D

4



n.° de cuadriláteros:

1 letra: a; c; d; f ⟶ 4

2 letras: ab; bc; ef; de ⟶ 4

3 letras: ade; bcf; abd; cef ⟶ 4

4 letras: 0

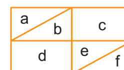
5 letras: 0

6 letras: abcdef ⟶ 1

⇒ Total: 13

Clave C

5



n.° de cuadriláteros:

1 letra: c; d ⟶ 2

2 letras: ab; bc; ce; ed; ef; bd ⟶ 6

3 letras: abc; abd; cef; def ⟶ 4

4 letras: 0

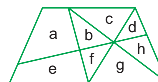
5 letras: 0

6 letras: abcdef ⟶ 1

⇒ Total: 13

Clave B

6



n.° de triángulos

1 letra: b; c; d; f; g; h ⟶ 6

2 letras: bf; dh ⟶ 2

3 letras: cdh; bfg; bcf; dhg ⟶ 4

⇒ Total: 12

Clave E

7 En total hay (conteo por filas):

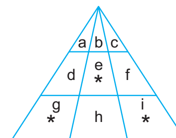
$$1 + 3 + \frac{3\,.\,4}{2} + \frac{4\,.\,5}{2} + \frac{5\,.\,6}{2} + \frac{4\,.\,5}{2} + \frac{3\,.\,4}{2} + 3 + 1$$

⇒ 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1= 55

Clave A

8 n.° de ángulos = $\frac{8\,.\,9}{2}$ = 36 **Clave D**

9





1 letra: 0
2 letras: be ⟶ 1
3 letras: adg; beh; cfi ⟶ 3
4 letras: abde; becf ⟶ 10
5 letras: 0
6 letras:abdegh; behcfi; abcdef ⟶ 3
7 letras: 0
8 letras: 0
9 letras: abcdefghi ⟶ 1
⇒ Total: 10

Clave D

10 n.° de triángulos $= \frac{8 \cdot 9}{2} \cdot 6 = 216$

Clave C

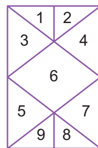
11 n.° de cuadriláteros $= \frac{11 \cdot 12}{2} \cdot \frac{6 \cdot 7}{2} = 1386$

Clave E

12 n.° de cuadrados $= \frac{8 \cdot 9 \cdot 17}{6} = 204$

Clave B

13

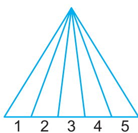


Triángulos (T)
1 número: 1; 2; 3; 4; 5; 7, 8, 9 ⟶ 8
2 números: 12; 98 ⟶ 2
3 números: 123; 124; 987; 985; 356, 467 ⟶ 6
⇒ T = 8 + 2 + 6
T = 16

Cuadriláteros (C)
1 número: 6 ⟶ 1
2 números: 13; 24; 59, 87; 46, 67, 56; 63 ⟶ 8
3 números: 564, 367 ⟶ 2
6 números: 456789; 356789 ⟶ 2
9 números: 123456789 ⟶ 1
⇒ C = 1 + 8 + 2 + 2 + 1
C = 14
∴ T + C = 16 + 14 = 30

Clave B

14 Analizando por partes



n.° de triángulos $= \left(\frac{5 \times 6}{2}\right)4 = 60$



n.° de triángulos $= \left(\frac{3 \times 4}{2}\right)3 = 18$



n.° de triángulos $= \left(\frac{2 \times 3}{2}\right)2 = 6$

∴ n.° total de triángulos = 60 + 18 + 6 = 84

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

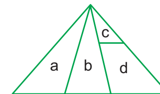
NIVEL 1 (página 83)

1 n.° de cuadriláteros:

Con 1 zona: 2
Con 2 zonas: 2
Con 3 zonas: 0
Con 4 zonas: 1
} 2 + 2 + 1 = 5

Clave C

2



1 letra: a; b; c = 3
2 letras: ab; cd = 2
3 letras: bcd = 1
4 letras: abcd = 1
n.° total de triángulos: 7

Clave A

3

Con 1 zona: 8
Con 2 zonas: 8
Con 3 zonas: 2
Con 4 zonas: 2
Con 5 zonas: 0
Con 6 zonas: 1
} 21

Clave A

4

a	b	c
d	e	f

1 letra: a; b; c; d; e; f = 6
4 letras: abde; bcef = 2
n.° total de cuadrados: 8

Clave D



5 n.° de paralelogramos:

$\frac{2\,.\,3}{2}\,.\,\frac{5\,.\,6}{2} = 3\,.\,15 = 45$

Clave D

6 n.° de triángulos con asterisco

Con 1 zona: 2

Con 2 zonas: 0

Con 3 zonas: 8

Con 4 zonas: 0

Con 5 zonas: 1

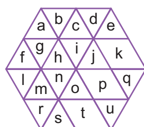
Total: 2 + 8 + 1 = 11

Clave E

7 n.° de triángulos = $\frac{5 \cdot 6}{2}\,.\,4 = 60$

Clave A

8



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; l; m; n; o; q; r; s; u = 18

3 letras: pqu; ost; ejk; ojp = 4

4 letras: afgh; chij; mnho; bcdi; ghni; lmnr = 6

8 letras: chijmnop = 1

Total de triángulos: 29

Clave C

9 Por conteo simple:

4(puntas) + 6(triángulos pequeños) = 10

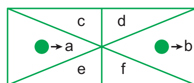
Clave B

10 n.° de cuadrados = $\frac{4\,.\,5}{2}\,.\,\frac{5\,.\,6}{2} = 150$

Clave C

NIVEL 2 (página 84)

11



1 letra: a; b = 2

3 letras: aef; efb; acd; cdb = 4

∴ 2 + 4 = 6 triángulos

Clave C

12 n.° total de triángulos:

$\frac{5\,.\,6}{2}\,.\,4 = 60$

Clave E

13 El total de segmentos es: 14

$\frac{14}{2} = 7$

Clave C

14 n.° total de triángulos:

$\frac{2\,.\,3}{2}\,.\,4 + 4 = 16$

Clave B

15 n.° de triángulos con asterisco:

Con 1 zona: 3

Con 2 zonas: 4

Con 3 zonas: 2

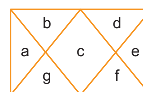
Con 5 zonas: 1

Con 7 zonas: 1

Total: 11

Clave E

16 En la figura:



n.° triángulos:

1 letra: a; b; d; e; f; g = 6

2 letras: ab; ag; de; ef = 4

3 letras: bcd; gcf = 2

⇒ n.° total triángulos = 12

n.° cuadriláteros:

1 letra: c = 1

2 letras: bc; cd; gc; cf = 4

3 letras: bcf; dcg = 2

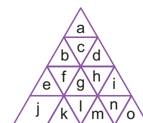
5 letras: gcdef; bcfag; agbcd; bcfde = 4

7 letras: abcdefg = 1

⇒ n.° total cuadriláteros = 12

Clave C

17



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; k; l; m; n; o = 14

3 letras: ejk = 1

4 letras: abcd;befg;dghi;imno; gklm; lfgh = 6

8 letras: bfglmekj = 1

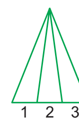
9 letras: abcdefghi; dghiklmno = 2

15 letras: 1

n.° total de triángulos: 25

Clave C

18





$\frac{3\,.\,4}{2} = 6$

$6\,.\,5 = 30$

Luego: $30 + 5 = 35$

Clave C

19 n.° de cuadrados:

$\frac{3\,.\,4\,.\,7}{6}\,.\,2 + 2 + 1 = 31$

Clave D

20 Hay 40 bases, entonces:
40 triángulos

Clave C

NIVEL 3 (página 86)

21 Por cada diámetro se forman 2 semicircuferencias. En una circunferencia con 8 diámetros el n.° de semicircunferencias es:

$8 \times 2 = 16$

En la figura hay 4 circunferencias, entonces:
n.° de semicircunferencias $= 16 \times 4 = 64$

Clave A

22 Son:

$\frac{3\,.\,4\,.\,7}{6}$ = 14 bases cuadradas por piso.

Por lo tanto, en 5 pisos:

$14\,.\,5 = 70$ pirámides de base cuadrada.

Clave D

23 De la figura:
5 regiones

Clave B

24 En total son:

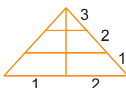
$\frac{5\,.\,6}{2}\,.\,2 = 30$

Sin (*): $2 + 2 + 4 = 8$

$\Rightarrow 30 - 8 = 22$

Clave A

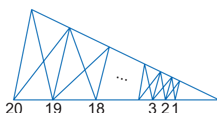
25 De la figura:



$\frac{2\,.\,3}{2}\,.\,3 = 9 \quad \Rightarrow 9\,.\,4 + 4 + 4 = 44$

Clave E

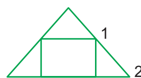
26



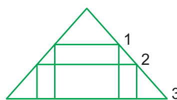
$4\,.\,19 + 4\,.\,19 + 18\,.\,2 + 20 + 2.19 = 246$

Clave C

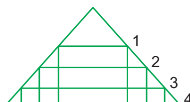
27



n.° de triángulos: $4 = 2^2$



n.° de triángulos: $9 = 3^2$



n.° de triángulos: $16 = 4^2$

$\Rightarrow$ n.° total de triángulos: $20^2 = 400$

Clave C

28 n.° de cuadriláteros:

$\frac{6\,.\,7}{2}\,.\,\frac{4\,.\,5}{2} = 210$

n.° de cuadrados:

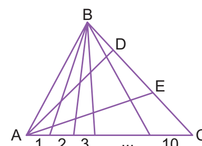
$6(4) + 5(3) + 4(2) + 3(1) = 50$

n.° cuadriláteros que no son cuadrados:

$210 - 50 = 160$

Clave E

29



n.° de triángulos ABC $= \frac{10 \times 11}{2} = 55$

n.° de triángulos ABE $= \frac{10 \times 11}{2} = 55$

n.° de triángulos ABD $= \frac{10 \times 11}{2} = 55$

Luego los triángulos pequeños:

n.° de triángulos AEC = 10

n.° de triángulos DAE = 10

n.° de triángulos DAC = 10

$\therefore$ n.° de triángulos $= 3(55) + 30 = 195$

Clave C

30 n.° de ángulos agudos:

$$\frac{n(n+1)}{2} - 1 = \frac{n^2+n}{2} - 1$$

$$\frac{n^2+n-2}{2} = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO
(página 93)

1

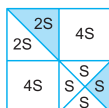
$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{3}}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2}{3}}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{3}{2}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{5}{2}}}$$

$$=1+\frac{2}{5}=\frac{7}{5}\div\frac{7}{5}=1$$

Clave B

2



$$\frac{\text{Area sombreada}}{\text{Area total}}=\frac{2S+S}{16S}$$

$$=\frac{3S}{16S}=\frac{3}{16}$$

Clave E

3 I. $\dfrac{3x-y}{2}+\dfrac{4x+y}{2}=14$

$\dfrac{3x-y+4x+y}{2}=14$

$\dfrac{7x}{2}=14\Rightarrow x=4$ (V)

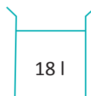
II. $0,3\widehat{3}=0,\widehat{3}$ (F)

$\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$

III. $0,4\widehat{2}=\dfrac{42-4}{90}=\dfrac{19}{45}$ (V)

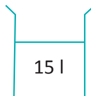
Clave D

4



Se extrae: $\frac{1}{6}.18=3$ litros

Quedan: $18-3=15$ litros



La mitad de su capacidad: 9 litros

$\Rightarrow 15-9=6$ litros

$\therefore$ Debo volver a sacar 6 litros.

Clave B

5 $P=\dfrac{3}{2}E\Rightarrow E=\dfrac{2}{3}P$

$E=\dfrac{2}{3}\times 9=6$ años

Clave B

6 $\dfrac{2}{5}-\dfrac{2}{7}=\dfrac{4}{35}$

Se pide: $\dfrac{4}{35}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{6}{35}$

Clave B

7 $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{7}\times\dfrac{4}{9}\times\dfrac{6}{11}\times 7=\dfrac{1680}{2079}$

$=\dfrac{80}{99}$

Se pide: $\dfrac{80}{99}-\dfrac{4}{11}=\dfrac{4}{9}$

Le falta: $\dfrac{4}{9}$ **Clave B**

8 Total: $x\Rightarrow$ queda: $(x-16)$

Dato: $\dfrac{2}{3}(x-16)=16$

$2x-32=48$

$\Rightarrow 2x=80\Rightarrow x=40$ m

Clave B

9 $\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{1+2}{2+2}=\dfrac{3}{4}$

Aumento: $\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

Clave A

10 $\dfrac{x}{x+8}\Rightarrow\dfrac{x+2}{x+14}=\dfrac{1}{3}$

$3x+6=x+14$

$2x=8\Rightarrow x=4$

Luego, la fracción es: $\dfrac{4}{12}$

Clave A

11 Longitud de los muros: x; x + 27

$\dfrac{5}{12}(x+27)=\dfrac{2}{3}x$

$15(x+27)=24x$

$405=9x$

$x=45$

Longitudes: 45 m y 72 m.

Clave A

12 $\dfrac{3x}{8}\rightarrow$ azul; queda: $\dfrac{5}{8}x$

$\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{5x}{8}\rightarrow$ negro; queda: $\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{5x}{8}$

Luego: $\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{5}{8}x=2\Rightarrow x=8$ m

Clave C

13 Si tenía x, entonces:

Gasto N $\Rightarrow$ No gastó: $x-N$

$N=\dfrac{1}{2}(x-N)\Rightarrow 2N=x-N$

$x=3N$

No gastó: $x-N=3N-N=2N$

Regaló: $y\Rightarrow$ No regaló: $2N-y$

$2N-y=\dfrac{1}{3}y\Rightarrow 6N-3y=y$

$6N=4y$

$y=\dfrac{3N}{2}$

No regaló:

$2N-y=2N-\dfrac{3N}{2}=\dfrac{N}{2}$

$\dfrac{N}{2}-50=30\Rightarrow N=S/.160$

$\therefore$ Al inicio: $3N=S/.480$

Clave E

14 Tiene n huevos:

Pierde: $\dfrac{2n}{9}-5$ Queda: $\dfrac{7n}{9}+5$

Por dato:

$\left(\dfrac{7n}{9}+5\right)+37=n+\dfrac{n}{6}$

$\Rightarrow\dfrac{7n}{9}+42=\dfrac{7n}{6}\Rightarrow 42=\dfrac{7n}{6}-\dfrac{7n}{9}$

$\Rightarrow 42=\dfrac{7n}{18}\Rightarrow n=\dfrac{42\times 18}{7}=108$

Le robaron:

$\dfrac{2n}{9}-5=\dfrac{2(108)}{9}-5=19$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 95)

1

$$Q=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{2}}}$$

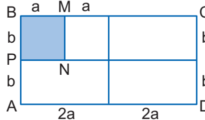


$$Q = 1 + 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1+2}$$

$$Q = 1 + 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Clave D

2



$$\frac{A_{P}^{B}\square_{N}^{M}}{A_{A}^{B}\square_{D}^{C}} = \frac{a \times b}{4a \times 2b} = \frac{1}{8}$$

Clave C

3

$$\left.\begin{aligned} \frac{5}{21}\cdot\frac{7}{9}\cdot 63 = \frac{35}{3} \\ \frac{6}{13}\cdot\frac{5}{8}\cdot 52 = 15 \end{aligned}\right\} \frac{15}{\frac{35}{3}} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7}$$

Clave B

4 $\frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{18-5}{30} = \frac{13}{30}$

$$\left(\frac{13}{30}\right) \div \left(\frac{5}{9}\right) = \frac{13 \times 9}{30 \times 5} = \frac{39}{50}$$

Clave A

5 $0{,}9375 - 0{,}109375 = 0{,}828125$

$\Rightarrow 0{,}828125 = \frac{53}{64}$

$\therefore$ Son 53 sesentaicuatroavas partes.

Clave D

6 $\frac{2}{5} \times \frac{10}{4} \times 30 = 30$

Piden: $30 = \frac{120}{4}$

Clave B

7 $\frac{2}{3} - \frac{5}{9} = \frac{1}{9} = \frac{5 \times 1}{5 \times 9} = \frac{5}{45}$

Clave A

8 Ingresan: a

No ingresan: N – a

$a = \frac{3}{4}(N - a)$

$\Rightarrow 4a = 3N - 3a$

$7a = 3N \Rightarrow a = \frac{3}{7}N$

Clave C

9 De la expresión numérica:

$$L = \frac{142\ 857}{999\ 999} + \frac{6}{9} = \frac{17}{21}$$

$\therefore L = \frac{17}{21}$

Clave A

10 Hallando fracciones homogéneas:

$$a = \frac{3}{5} \times \frac{264}{264} = \frac{792}{1320}$$

$$b = \frac{2}{3} \times \frac{440}{440} = \frac{880}{1320}$$

$$c = \frac{5}{8} \times \frac{165}{165} = \frac{825}{1320}$$

$$d = \frac{7}{11} \times \frac{120}{120} = \frac{840}{1320}$$

Entonces, de mayor a menor:

$b > d > c > a$

Clave A

NIVEL 2 (página 96)

11 Sea N el número:

$$\frac{N}{3} + 2N + \frac{N}{5} + 3N = 51\ 460$$

$\Rightarrow 83N = 51\ 460 \times 15$

$N = 620 \times 15 = 9300$

Clave B

12 $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{7}\cdot 105 = 24$

Le falta:

$$24 - \frac{3}{7} = 23 + \frac{4}{7} = 23\frac{4}{7}$$

Clave A

13 $\frac{a}{b}$ es fracción:

$\frac{a+1}{b} = \frac{2}{7} \Rightarrow 7a + 7 = 2b$

$\frac{a}{b-2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4a = b - 2$

$4a + 2 = b$

Resolviendo:

$7a + 7 = 2(4a + 2)$

$7a + 7 = 8a + 4 \Rightarrow 3 = a$

$b = 14$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{3}{14}$

Clave C

14 Recorrí: $\frac{3}{7}$; No recorrí: $\frac{4}{7}$

$$\left(\frac{4}{7} - \frac{3}{7}\right) \div \frac{3}{7} = \frac{1}{7} : \frac{3}{7} = \frac{1}{3}$$

Clave C

15 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} - \frac{1}{9} = \frac{13}{45}$

$$\Rightarrow 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{13}{45} \div \frac{10}{3} = \frac{13}{150}$$

Clave C

16 $(4a)(17a) = 272$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

La fracción es: $\frac{4a}{17a} = \frac{8}{34}$

$\therefore$ El numerador es 8.

Clave E

17 Sea: $\frac{a}{b} = F$

$F + \frac{13}{21}F = \frac{13}{21}$

$21F + 13F = 13$

$\Rightarrow 34F = 13 \Rightarrow F = \frac{13}{34}$

$\therefore\ b - a = 34 - 13 = 21$

Clave B

18 $\frac{N+22}{N} - \frac{N+7}{N} = 3$

$\frac{15}{N} = 3 \Rightarrow 15 = 3N \Rightarrow N = 5$

La fracción es:

$$\frac{N+22}{N} = \frac{5+22}{5} = \frac{27}{5}$$

Clave B

19 $\frac{5}{11}x + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}x = \frac{7}{22}\cdot\frac{3}{8}\cdot 1484$

$\frac{5}{11}x + \frac{3}{4}x = \frac{7791}{44}$

$20x + 33x = 7791$

$53x = 7791$

$x = 147$

Clave C

20 $N - 7 = \frac{3}{10}N$

$10N - 70 = 3N$

$7N = 70$

$N = 10$

Clave B



NIVEL 3 (página 97)

21 Se deduce:

$$\frac{\overline{a1}}{99}+\frac{\overline{a2}}{99}+\frac{\overline{a3}}{99}=1+\frac{27}{99}$$

$$\overline{a1}+\overline{a2}+\overline{a3}=99+27$$

$$30a=120$$

$$a=4$$

Clave B

22 $1.^{er}$ grifo: 1 tanque en 3 horas

$\Rightarrow$ 1 hora: $\frac{1}{3}$ del tanque

2.° grifo: 1 tanque en 4 horas

$\Rightarrow$ 1 hora: $\frac{1}{4}$ del tanque

Desagüe: 1 tanque en A horas

$\Rightarrow$ 1 hora: $\frac{1}{A}$ del tanque

Entonces, en una hora:

$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{A}\right)$ del tanque

Dato:

$\frac{2}{3}$ del tanque en $\underbrace{1h\ 36\,min}_{\frac{8}{5}h}$

Entonces:

$\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}$ del tanque en $\frac{8}{5}h\times\frac{5}{8}$

$\frac{10}{24}$ del tanque en 1 h

Luego: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{A}=\frac{10}{24}$

$$\frac{7}{12}-\frac{1}{A}=\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{2}{12}=\frac{1}{A}$$

$\Rightarrow A=6$ h

Clave A

23 Capacidad: 20k

Se consume: 12k

No se consume: 8k

Pierde: $\frac{1}{4}(12k)=3k$

Luego: $12k-3k=9k$

Consumen solo 9k del total.

Entonces: $x\,.\,(3k)=\frac{9k}{120}$

$$x=\frac{1}{40}$$

Clave B

24 $\frac{3}{7}\Rightarrow\frac{3+(a)}{7+(500-a)}=\frac{3}{7}$

$$21+7a=21+3(500-a)$$

$$7a=1500-3a$$

$$10a=1500$$

$$a=150$$

$\therefore$ Los números son: 150 y 350

Clave C

25 $1.^{er}$ día:

$\frac{1}{4}x\ \Rightarrow$ queda: $\frac{3}{4}x$

2.° día:

$\frac{1}{5}\left(\frac{3}{4}x\right)\ \Rightarrow$ queda: $\frac{4}{5}\left(\frac{3}{4}x\right)$

$3.^{er}$ día:

$80\Rightarrow$ queda: $\frac{3}{5}x-80$

4.° día: $2\left(\frac{1}{4}x\right)\ \Rightarrow$ queda: 80

Entonces:

$$\frac{3}{5}x-80=2\left(\frac{1}{4}x\right)+80$$

$$\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}x=160$$

$$\frac{1}{10}x=160\Rightarrow x=1600$$

$\therefore$ Gastó: $1600-80=1520$

Clave E

26 $0{,}83=\frac{83}{100}$

$$\frac{2N-1}{2N+1}<\frac{83}{100}$$

$$\Rightarrow 200N-100<166N+83$$

$$34N<183$$

$$N<5{,}38$$

$N=1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5$

$\therefore$ Hay 5 fracciones.

Clave D

27 Si tenía $x\Rightarrow$ Gasté: $\frac{5}{8}x$

No gasté: $\frac{3}{8}x$

Gastado: $\frac{2}{5}x\Rightarrow$ No gastado: $\frac{3}{5}x$

$$\frac{3}{5}x-\frac{3}{8}x=72$$

$$(24-15)x=40\times72$$

$$9x=40\times72$$

$$x=40\times8=320$$

Luego, no gasté: $\frac{3}{8}(320)=120$

Clave B

28

Saca	Queda
$\frac{2}{3}x-40$	$\frac{1}{3}x+40$
$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}x+40\right)$	$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}x+40\right)$
84	0

$$\Rightarrow\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}x+40\right)=84$$

$$\frac{1}{3}x+40=140$$

$$\frac{1}{3}x=100$$

$$\Rightarrow x=300\text{ L}$$

Clave E

29 $\frac{a}{9}\times\frac{a+1}{9}=\frac{518}{999}$

$$a(a+1)=\frac{81\times518}{999}$$

$$a(a+1)=42=6\times7$$

$$a=6$$

Clave D

30

H:	fH	f^2H	f^3H ...	f^nH
	↓	↓	↓	↓
	$1.^{er}$ rebote	2.° rebote	$3.^{er}$ ... rebote	n.° rebote

Clave B

Tanto por ciento

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 104)

1 Pv = Pc + G

Pv = 64 + 20% Pv + 10%(64)

$\text{Pv} - 20\%\ \text{Pv} = 64 + \frac{10}{100} \cdot 64$

80% Pv = 70,4

$\frac{80}{100}\ \text{Pv} = 70{,}4 \Rightarrow \text{Pv} = \text{S/.}88$

Clave C

2 Sea el número: x

De acuerdo al enunciado:

x . (20%)(25%)(2/3) = 60

$x \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{25}{100} \cdot \frac{2}{3} = 60$

$\therefore x = 1800$

Clave D

3 Del enunciado planteamos:

$x\% = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{10} \cdot 20\%$

x% = 40%

Nos piden: $(40\%) \cdot 45 = \frac{40}{100} \cdot 45 = 18$

Clave E

4 Del enunciado planteamos:

$(a-b)\% \times 20\left(\frac{1}{a+b}\right) \times \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}\% \times 6000$

$\frac{(a-b)}{100} \cdot 20 \cdot \frac{1}{(a-b)} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a-b)} \cdot \frac{1}{100} \times 6000$

$\frac{20.6000}{100.100} = 12$

Clave A

5 Lado del cuadrado: a

Área del cuadrado: $a^2 = 100\%a^2$

Aumenta en 20%

⇒ Lado del cuadrado: 120%a

Área del cuadrado: $(120\%a)(120\%a) = 144\%a^2$

El área aumenta en:

$144\%a^2 - 100\%a^2 = 44\%a^2$

Clave B

6 Tiros acertados: 17

Tiros fallados: x

⇒ Del enunciado planteamos:

$\% = \frac{\text{Parte (acertados)}}{\text{todos}} = \frac{17}{17+x} = 85\%$

$\Rightarrow 17 = \frac{85}{100}(17+x)$

$\therefore x = 3$

Clave C

7 Precio del CD: x

Dato: me falta 40% ⇒ tengo: 60%x

Dato: me descuentan el 20%

⇒ nuevo precio del CD: 80%x

Dato: aún me falta S/.5.

⇒ 80%x – 60%x = 5

20%x = 5

$\frac{20}{100} \cdot x = 5$

$\therefore x = \text{S/.}25$

Clave D

8 Total de empleados: 800

Varones: $40\% \cdot 800 = \frac{40}{100} \cdot 800 = 320$

Mujeres: 800 – 320 = 480

Se contratan x mujeres:

$\% = \frac{\text{n.° de mujeres}}{\text{Total}} = \frac{480+x}{800+x} = 80\%$

$\therefore$ x = 800 mujeres

Clave C

9 n.° de patos: x ⇒ n.° de patas: 2x ...(1)

n.° de cerdos: 63 – x ⇒ n.° de patas: 4(63 – x) ...(2)

En total hay 196 patas:

2x + 4(63 – x) = 196

x = 28

⇒ n.° de patos: 28

n.° de cerdos: 63 – 28 = 35

$\Rightarrow \frac{\text{n.° patos}}{\text{n.° cerdos}} \times 100\% = \frac{28}{35} \times 100\% = 80\%$

Clave A

10 Si: 40%A = 60%B

$\Rightarrow \frac{40}{100}A = \frac{60}{100}B$

2A = 3B

$\frac{A}{3} = \frac{B}{2}$

⇒ A = 3k

B = 2k

Sea el porcentaje: x

Del enunciado tenemos:

x . (4A – B) = (2A + B)

$x = \frac{(2A+B)}{(4A-B)} \cdot 100\%$



$$x = \left[\frac{2.(3k)+2k}{4.(3k)-2k}\right].100\%$$

$$x = \frac{8k}{10k}.100\%$$

$x = 80\%$ **Clave A**

11 Descuento sucesivo 1: (5%; 5%; 10%)

$\Rightarrow$ (95%)(95%)(90%)

$$\left(\frac{95}{100}\right).\left(\frac{95}{100}\right).(90\%) = 81{,}225\%$$

Descuento 1 = 100% – 81,225%

= 18,775%

Descuento sucesivo 2:(10%; 10%)

$\Rightarrow$ (90%)(90%)

$$\frac{90}{100}.90\% = 81\%$$

Descuento 2 = 100% – 81% = 19%

El descuento 2 es el más conveniente

$\therefore$ Ahorrará un 19%.

Clave D

12 n.° de hombres: H   n.° de mujeres: M

Según dato:

$30\%\,H = 80\%M \quad \Rightarrow 3H = 8M$

$\Rightarrow \; M = \frac{3}{8}H \qquad ...(1)$

Sea x: el tanto por ciento

$$\Rightarrow x = \frac{(M)}{60\%H}.100\% \qquad ...(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$x = \left(\frac{\frac{3}{8}.H}{\frac{60}{100}.H}\right).100\%$$

$$x = \frac{30}{48}.100\%$$

$x = 62{,}5\%$

Clave A

13 Del enunciado tenemos:

$\overline{mn}\%\,.\,\overline{nm}\%\,.\,64\%\,.\,62\,500 = 4032$

$$\frac{\overline{mn}}{100}.\frac{\overline{nm}}{100}.\frac{64}{100}.62\,500 = 4032$$

$\overline{mn}\,.\,\overline{nm} = 1008 = 42\,.\,24$

$\Rightarrow m = 4$

$n = 2$

Piden:

$m - n = 4 - 2 = 2$

Clave B

14 Inicialmente el área es:

$A = \pi r^2$

Disminuye en 36% su área:

$\Rightarrow$ La nueva área de radio r' será: $64\%A = \pi r'^2$

$\frac{64}{100}.\,\pi\, r^2 = \pi\, r'^2$ Sacamos raíz cuadrada:

$$\frac{8}{10}.r = r'$$

$r' = 80\%r$

El radio disminuyó en: 100%r – 80%r = 20%r

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 106)

1 Por fórmula:

$$(20 + 40) - \frac{20\,.\,40}{100}$$

$60 - 8 = 52\%$

Clave B

2 Por fórmula:

$$10 + 30 - \frac{10\,.\,30}{100}$$

$40 - 3 = 37\%$

$$\Rightarrow 37 + 50 - \frac{37\,.\,50}{100}$$

$87 - 18{,}5 = 68{,}5\%$

Clave C

3 Por fórmula:

$$23.\;20 + 30 + \frac{20\,.\,30}{100}$$

$50 + 6 = 56\%$

Clave E

4 N $\Rightarrow$ inicial

$$10\%N \Rightarrow 110\%N = \frac{110}{100}N$$

$$60\%\frac{110N}{100} \Rightarrow \frac{160}{100}.\frac{110}{100}N$$

$$80\%\frac{160}{100}.\frac{110}{100}.N$$

$$\Rightarrow \frac{180}{100}.\frac{160}{100}.\frac{110}{100}N$$

$\Rightarrow 316{,}8\%N$

Aumento:

316,8% – 100% = 216,8%

Clave C



5 $\frac{40}{100} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{100} \cdot 48 = 0{,}012 \cdot \frac{2}{3} \cdot N$

$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{100} \cdot 48 = 0{,}012 \cdot \frac{2}{3} \cdot N$

$\frac{18 \cdot 48}{1000} = \frac{0{,}012 \cdot 2 \cdot N}{3}$

$\Rightarrow N = 108$

$\therefore\ 25\%(108) = 27$

Clave B

6 $\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{2}{5} \cdot N = \frac{24}{100} \cdot \frac{0{,}01}{100} \cdot 1000$

$\frac{30 \cdot 20 \cdot 2 \cdot N}{5} = 24 \cdot 0{,}01 \cdot 1000$

$\frac{1200N}{5} = 240$

$\Rightarrow N = 1$

Clave C

7 $x \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 400 = \frac{8}{100} \cdot \frac{0{,}2}{100} \times 1000$

$x \cdot 20 \cdot 10 \cdot 400 = 8 \cdot 0{,}2 \cdot 1000$

$x = \frac{8 \cdot 0{,}2 \cdot 1000}{20 \cdot 10 \cdot 400} = 2\%$

Clave C

8 20% de 10 000 ⇒ 8000

20% de 8000 ⇒ 6400

10% de 6400 ⇒ 5760

⇒ Pago 1 = 10 000 – 5760 = 4240

40% de 10 000 ⇒ 6000

5% de 6000 ⇒ 5700

5% de 5700 ⇒ 5415

⇒ Pago 2 = 10 000 – 5415 = 4585

∴ Ahorro = 4585 – 4240 = S/.345

Clave E

9 $40\% \cdot 50\%x = 30\%y$

$\frac{40}{100} \cdot \frac{50}{100}x = \frac{30}{100}y$

$2x = 3y$

$x = 3k$

$y = 2k$

$2x + 7y = 20k \qquad 20k \longrightarrow 100\%$

$x + y = 5k \quad \Rightarrow \quad 5k \longrightarrow x\%$

$x\% = 25\%$

Clave A

10 $\frac{30}{100}H = \frac{40}{100}M \quad \Rightarrow \quad H = 4k$

$M = 3k$

$\text{Total} = 7k$

$7k$ ——— 100%

$4k$ ——— $x\%$

$x\% = \frac{4 \cdot 100\%}{7} = 57{,}1\%$

Clave C

NIVEL 2 (página 107)

11 Precio original: N

Dcto. 20% ⇒ $\frac{80}{100} \cdot N$

$\Rightarrow a\%$ de $\frac{80}{100}N = N$

$\frac{a}{100} \cdot \frac{80}{100} \cdot N = N$

$\Rightarrow a = 125$

$\therefore 125\% - 100\% = 25\%$

Clave A

12 $30\%N \Rightarrow 70\%N$

$128\%\,(70\%N) + 156 = N$

$N = S/.1500$

Clave D

13 $E + 25\%E = 65$

$E = \frac{65 \cdot 100}{125} = 52$

Hace 4 años: 52 – 4 = 48 años

Clave B

14 L ——— 1,3 L

$\frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{(1{,}3\ L)^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{L^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 1{,}69\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$

$1{,}69 - 1 = 0{,}69 = +69\%$

Clave D

15 x ——— $144\%x = \frac{144}{100}x$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\sqrt{x} \qquad \frac{12}{10}\sqrt{x}$

$\frac{12}{10} - 1 = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$

Clave A

16 $\pi(2a)^2 - \pi a^2 = 3\pi a^2$

$\downarrow$

300%

Clave C



17 a —— 3a

↓ ↓

a^2 $9a^2 \Rightarrow 9a^2 - a^2 = 8a^2$

a^2 —— 100%

$8a^2$ —— x% } x% = 800%

Clave A

18 $2\pi r$ —— $2\pi(140\%r)$ Longitud

↓ ↓

πr^2 $196\%\pi r^2$ Área

$\Rightarrow 196\% - 100\% = 96\%$

Clave A

19 $\pi r^2 - \frac{36}{100}\pi r^2 = \frac{64\pi r^2}{100}$

↓

$\pi\left(\frac{8}{10}r\right)^2$

$r - \frac{8}{10}r = \frac{2}{10}r = \frac{20}{100}r = 20\%r$

Clave C

20 L —— 1,3 L

$(1,3\ L)^2 - L^2 = 621$

$L^2[(1,3)^2 - 1] = 621$

$L^2 = 900$

$L = 30$ m

Clave D

NIVEL 3 (página 108)

21 Precio de venta: P

Dcto. de 10%P $\Rightarrow \frac{90}{100}P$

Dcto. de 20%P $\Rightarrow \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100}P$

$\frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot P = 360 + \frac{40}{100} \cdot 360$

$\frac{72}{100}P = 504 \Rightarrow P = S/.700$

Clave A

22 10% de N $\Rightarrow$ 90% de N

20% de 90% de N $\Rightarrow \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot N$

$\frac{72}{100}N + x\%\frac{N \cdot 72}{100} = N + 8\%N$

$\frac{72}{100} + \frac{72x}{10000} = 1 + \frac{8}{100} \Rightarrow x\% = 50\%$

Clave B

23 $(85 + x)$ —— 90%

$(100 + x)$ —— 100%

$100(85 + x) = 90(100 + x)$

$10(85 + x) = 9(100 + x)$

$850 + 10x = 900 + 9x$

$x = 50$

Clave A

24 $\frac{80}{100} \cdot \frac{50}{100}M = \frac{30}{100} \cdot N$

$4M = 3N$ { M = 3a; N = 4a

{ 2M + 7N —— 100%; M + N —— x%

{ 34a —— 100%; 7a —— x%

$x\% = \frac{100\% \cdot 7}{34} = 20,5\%$

Clave B

25 (F) No siempre, puede tratarse de cantidades diferentes.

(V) 20% . 80%N $= \frac{20}{100} \cdot \frac{80}{100} \times N = 16\%N$

(F) Sea N el número: $\frac{4N}{6} + 20\%N = \frac{13}{15}N$

Clave D

26 $Área_1 = \frac{b \cdot h}{2}$

$Área_2 = \frac{130}{100}b \cdot \frac{80}{100}h \cdot \frac{1}{2}$

$Área_2 = 1,04\frac{b \cdot h}{2}$

$1,04 - 1,00 = 0,04 = +4\%$

Clave B

27 $Área_1 = \frac{b \cdot h}{2}$

$Área_2 = \frac{90\%b \cdot 110\%h}{2}$

$= 99\%\frac{b \cdot h}{2}$

∴ Se reduce 1%.

Clave D

28 $\frac{400}{100}\pi R^2 = \pi(xR)^2$

$4\pi R^2 = \pi x^2R^2 \Rightarrow x = 2$

Clave B

29 $\frac{x(140\%y)^2\sqrt{81\%z}}{70\%p \cdot w} = \frac{252\% \times x\sqrt{z}\,y^2}{p \cdot w} = 252\%E$

∴ 252%E − 100%E = 152%E

Clave C

30 L^2 —— 100%

$\pi\left(\frac{L}{2}\right)^2$ —— x%

$x\% = \frac{\pi L^2}{4} \cdot \frac{100\%}{L^2} = 78,54\%$

Clave A

Unidad 2

Magnitudes proporcionales

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 115)

1 A DP B^2 $\Rightarrow \frac{A}{B^2}$ = constante

$$\frac{100}{5^2} = \frac{9}{B^2} \Rightarrow \frac{100}{25} = \frac{9}{B^2}$$

$$\Rightarrow B^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow B = \frac{3}{2}$$

Clave A

2 $\sqrt{A}$ IPB $\Rightarrow \sqrt{A}$. B = constante

$$\sqrt{256} . 27 = \sqrt{A} . 48$$

$$16 . 27 = \sqrt{A} . 48$$

$$\sqrt{A} = 9$$

$$A = 81$$

Clave B

3

IP (n.° hombres – Días)

n.° hombres	Días
15	8
x	5

$$15 . 8 = x . 5$$

$$x = 24$$

Clave E

4

IP (n.° obreros – Días)

n.° obreros	Días
40	21
42	x

$$40 . 21 = 42 . x$$

$$x = 20$$

∴ Demorarán 1 día menos.

Clave D

5

IP (n.° obreros – Días); DP (Carpetas – Días)

n.° obreros	Carpetas	Días
30	100	32
40	150	x

$$\frac{x . 40}{150} = \frac{32 . 30}{100} \Rightarrow x = 36$$

Clave C

6

DP (Días – Área)

Días	Área
16	42 m^2
x	735 m^2

$$\frac{16}{42} = \frac{x}{735} \Rightarrow x = 280$$

∴ Emplean 264 días más.

Clave B

7

DP (n.° días – n.° h/d)

n.° días	n.° h/d
15	x
18	x – 3

$$15x = 18(x - 3) \Rightarrow 15x = 18x - 54$$

$$54 = 3x \Rightarrow x = 18$$

∴ Trabajó 18 – 3 = 15 horas diarias.

Clave B

8

IP (n.° máquinas – Horas); DP (n.° máquinas – n.° lapiceros)

n.° máquinas	n.° lapiceros	Horas
12	35 000	21
24	x	18

$$\frac{12 . 21}{35000} = \frac{24 . 18}{x}$$

$$x = 5000 . 2 . 6$$

$$x = 60\,000$$

Clave E

9

DP (n.° obreros – Terreno); IP (n.° obreros – h/d); IP (n.° obreros – n.° días)

n.° obreros	n.° días	h/d	Terreno
20	15	7	50
15	x	8	80

$$\frac{20 . 15 . 7}{50} = \frac{15 . x . 8}{80}$$

$$x = 4 . 7$$

$$x = 28$$

Clave A

10

DP (n.° obreros – Obra); IP (n.° obreros – h/d); IP (n.° obreros – Días)

n.° obreros	Días	h/d	Obra
30	16	10	6000
x	18	8	9000

$$\frac{x . 18 . 8}{9000} = \frac{30 . 18 . 10}{6000}$$

$$x = 5 . 10$$

$$x = 50$$

Clave E

11

Obreros	Velocidad	Días	Dificultad
8	1	20	1
10	5	x	10
(I)	(I)		(D)

$$x = 20 . \frac{8}{10} . \frac{1}{5} . 10 = 32$$

Clave C



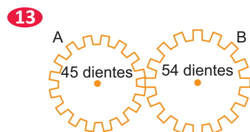
12

Obreros	Trabajo	Días
20	1/3	12
12	2/3	x
(I)	(D)	

$x = 12 . \frac{20}{12} . \frac{2/3}{1/3} = 20 \cdot 2 = 40$

En total: 12 + 40 = 52 **Clave B**

13



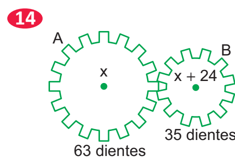
$d_A \times V_A = d_B \times V_B$

$45 \times 300 = 54 \times V_B$

$V_B = 250$

∴ En 5 minutos dará 1250 vueltas. **Clave C**

14



$d_A \times V_A = d_B \times V_B$

$63 . x = 35(x + 24)$

$9x = 5x + 120$

$4x = 120 \Rightarrow x = 30$

∴ En 1 minuto dará 18 vueltas. **Clave B**

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 117)

1 Del enunciado planteamos:

$A \text{ IP } B^2 \Rightarrow A . B^2 = \text{constante}$

$20 . 16^2 = 5 . B^2$

$B2 = 16^2 . 4$

$\therefore B = 32$ **Clave D**

2 Del enunciado planteamos:

$A \text{ DP } B^3 \Rightarrow \frac{A}{B^3} = \text{constante}$

$\frac{125}{15^3} = \frac{8}{B^3}$

$B^3 = \frac{15^3 . 2^3}{5^3}$

$\therefore B = 6$ **Clave E**

3 Del enunciado planteamos:

$A \text{ DP } B^{1/2} \Rightarrow \frac{A}{\sqrt{B}} = \text{constante}$

$\frac{16}{\sqrt{16}} = \frac{2}{\sqrt{B}}$

$\sqrt{B} = \frac{4 . 2}{16}$

$B = \frac{1}{4}$

$\therefore B^{-1} = 4$ **Clave C**

4 Del enunciado planteamos:

$A^2 \text{ DP } B^3 \Rightarrow \frac{A^2}{B^3} = \text{constante}$

$\frac{12^2}{2^3} = \frac{(3\sqrt{2})^2}{B^3}$

$B^3 = \frac{8.18}{144}$

$B^3 = 1$

$B = 1$

$\therefore B = 1$

Clave E

5

IP

n.° hombres	Días
20	7
x	4

$20 . 7 = x . 4$

$x = 28$

∴ Se necesitarán: 28 – 20 = 8 hombres más.

Clave B

6

DP

Días	Muro
8	40 m^2
x	320 m^2

$\frac{8}{40} = \frac{x}{320}$

$x = 64$

∴ Se emplearan: 64 – 8 = 56 días más.

Clave C

7

IP DP

Eficiencia	Días	Campo
1	10	30 m^2
2	x	90 m^2

$\frac{10.1}{30} = \frac{x.2}{90}$

$\therefore x = 15$ días

Clave A

8

IP

Días	Raciones
10	3
x	2

$10 . 3 = x . 2$

$\therefore x = 15$ días

Clave D



9

IP (Obreros – Días); IP (Eficiencia – Días)

Obreros	Eficiencia	Días
16	4	18
12	3	x

$16 \cdot 4 \cdot 18 = 12 \cdot 3 \cdot x$

$\therefore\ x = 32$ días **Clave C**

10

DP (n.° obreros – Obra); IP (n.° obreros – Días)

n.° obreros	Días	Obra
10	12	1
x	10	3

$\frac{10.12}{1} = \frac{x.10}{3}$

$\therefore\ x = 36$ obreros **Clave B**

NIVEL 2 (página 118)

11 Del enunciado planteamos:

$A \cdot B^2 = \text{constante}$

$3 \cdot 4^2 = x \cdot 2^2$

$\therefore\ x = 12$ **Clave E**

12 Del enunciado planteamos:

$A \cdot \sqrt{B} = \text{constante}$

$6 \cdot \sqrt{49} = 21 \cdot \sqrt{x}$

$\therefore\ x = 4$ **Clave E**

13 Del enunciado planteamos:

$\frac{A}{\sqrt[3]{B}} = \text{constante}$

$\frac{20}{\sqrt[3]{64}} = \frac{x}{\sqrt[3]{125}}$

$\therefore\ x = 25$ **Clave C**

14 Del enunciado planteamos:

$A \cdot \sqrt{B} = \text{constante}$

- $12 \cdot \sqrt{16} = x \cdot \sqrt{4}$
  $x = 24$
- $12 \cdot \sqrt{16} = 16 \cdot \sqrt{y}$
  $y = 9$

$\therefore x + y = 24 + 9 = 33$ **Clave A**

15 Del enunciado planteamos:

$\frac{A}{r^2} = \text{constante}$; A: área del círculo
r: radio del círculo

$\frac{A}{r^2} = \frac{A_x}{(2r)^2}$

$A_x = 4A$

$\therefore$ El área se cuadriplica. **Clave B**

16 Del enunciado planteamos:

$\frac{G}{S} = \text{constante}$; G: gasto
S: sueldo $S = G + A$
A: ahorro $G = S - A$

$\frac{1200 - 200}{1200} = \frac{3000}{S}$

$\therefore S = S/.3600$ **Clave D**

17 Del enunciado planteamos:

$\frac{C}{(W)^2} = \text{constante}$ C: costo
W: peso

$\frac{240}{(60)^2} = \frac{C}{(90)^2}$

$\therefore C = S/.540$ **Clave A**

18 Del enunciado planteamos:

$\frac{C}{P.d} = \text{constante}$; C: costo
P: n.° pasajeros
d: distancia recorrida

$\frac{30}{2.60} = \frac{C}{4.15}$

$\therefore C = S/.15$ **Clave E**

19 Del enunciado planteamos:

$\frac{R_1}{1} = \frac{R_2}{3} = \frac{R_3}{5} = \frac{R_4}{7} = \text{constante} = k$;
R_i: rendimientos

Bonificación = 640

$\Rightarrow\ k + 3k + 5k + 7k = 640$
$k = 40$

$\therefore$ El más eficiente recibe $R_4 = 7k = 7(40) = S/.280$

Clave B

20 Del enunciado planteamos:

$P_1 \cdot 5 = P_2 \cdot 7 = P_3 \cdot 2 = \text{constante} = k$

Reparte = S/.1180

$\frac{k}{5} + \frac{k}{7} + \frac{k}{2} = 1180$

$\frac{59}{70}k = 1180$

$k = 1400$

La parte que no es mayor ni menor es P_1.

$\therefore\ P_1 = \frac{k}{5} = \frac{1400}{5} = S/.\ 280$ **Clave A**

NIVEL 3 (página 119)

21

Sabemos que:
(n.° de dientes)(n.° de vueltas) = constante

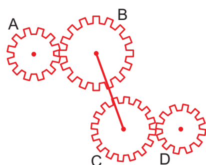
$d_A \cdot V_A = d_B \cdot V_B$

$y \cdot 350 = 120 \cdot 210$

$\therefore y = 72$ **Clave D**



22

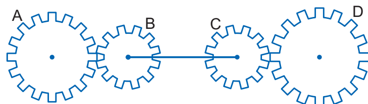


$d_A \cdot V_A = d_B \cdot V_B$
$40 \cdot 70 = 80 \cdot V_B$
$V_B = 35$
$\Rightarrow V_C = 35$

$d_C \cdot V_C = d_D \cdot V_D$
$64 \cdot 35 = 28 \cdot V_D$
$\therefore V_D = 80$

Clave C

23



$d_A \cdot V_A = d_B \cdot V_B$
$50 \cdot 90 = 30 \cdot V_B$
$V_B = 150$
$\Rightarrow V_C = 150$

$d_C \cdot V_C = d_D \cdot V_D$
$20 \cdot 150 = 60 \cdot V_D$
$V_D = 50$

Luego, la rueda D da 50 vueltas cada minuto.

$\therefore$ La rueda D en 2 minutos dará 100 vueltas.

Clave A

24

n.° hombres	h/d	Días	Nivel
2	5	4	65
3	8	x	78
IP	IP		DP

$$\frac{(\text{Dias}) \cdot (\text{n.° hombres}) \cdot (\text{h/d})}{\text{Nivel}} = \text{constante}$$

$$\frac{4 \cdot 2 \cdot 5}{65} = \frac{x \cdot 3 \cdot 8}{78}$$

$\therefore x = 2$

Clave E

25 Del enunciado planteamos:

A IP $\sqrt{B}$ $\Rightarrow$ A . $\sqrt{B}$ = constante

- $12 \cdot \sqrt{16} = x \cdot \sqrt{4}$
  $x = 24$

- $12 \cdot \sqrt{16} = 16 \cdot \sqrt{y}$
  $y = 9$

$\therefore x + y = 24 + 9 = 33$

Clave D

26 Del enunciado planteamos:

A IP B y A DP C $\Rightarrow \dfrac{A \cdot B}{C}$ = constante

- $\dfrac{8 \cdot 6}{4} = \dfrac{x \cdot 15}{5}$
  $x = 4$

- $\dfrac{8 \cdot 6}{4} = \dfrac{24 \cdot y}{6}$
  $y = 3$

$\therefore x + y = 4 + 3 = 7$

Clave E

27 Del enunciado planteamos:

A IP B^2 y A DP C $\Rightarrow \dfrac{A \cdot B^2}{C}$ = constante

- $\dfrac{45 \cdot 2^2}{30} = \dfrac{x \cdot 3^2}{15}$
  $x = 10$

- $\dfrac{45 \cdot 2^2}{30} = \dfrac{9 \cdot y^2}{24}$
  $y = 4$

$\therefore x + y = 10 + 4 = 14$

Clave C

28 Del enunciado planteamos:

A DP $\sqrt{B}$ y A IP C $\Rightarrow \dfrac{A \cdot C}{\sqrt{B}}$ = constante

- $\dfrac{15 \cdot 8}{\sqrt{36}} = \dfrac{14 \cdot 10}{\sqrt{x}}$
  $x = 49$

- $\dfrac{15 \cdot 8}{\sqrt{36}} = \dfrac{y \cdot 4}{\sqrt{25}}$
  $y = 25$

$\therefore x + y = 49 + 25 = 74$

Clave B

29 Del enunciado planteamos

P ◇ W $\quad \dfrac{P}{W^2}$ = constante; P: precio del diamante
W: peso del diamante

Dato: P = 1000

P_1 ◇ $\frac{2W}{5}$ $\Rightarrow \dfrac{P_1}{\left(\frac{2W}{5}\right)^2} = \dfrac{P}{W^2} \Rightarrow P_1 = 160$

P_2 ◇ $\frac{3W}{5}$ $\Rightarrow \dfrac{P_2}{\left(\frac{3W}{5}\right)^2} = \dfrac{P}{W^2} \Rightarrow P_2 = 360$

$\therefore P_1 + P_2 = 360 + 160 = 520$ dólares

Clave D

30 Del enunciado planteamos:

P ◇ V $\quad \dfrac{P}{V^2}$ = constante; P: precio del diamante
V: volumen del diamante

Dato: P = S/.36 000

P_1 ◇ $\frac{V}{3}$ $\Rightarrow \dfrac{P_1}{\left(\frac{V}{3}\right)^2} = \dfrac{P}{V^2}$
$\Rightarrow P_1 = $ S/.4000

P_2 ◇ $\frac{V}{3}$ $\Rightarrow \dfrac{P_2}{\left(\frac{V}{3}\right)^2} = \dfrac{P}{V^2}$
$\Rightarrow P_2 = $ S/.4000

P_3 ◇ $\frac{V}{3}$ $\Rightarrow \dfrac{P_3}{\left(\frac{V}{3}\right)^2} = \dfrac{P}{V^2}$
$\Rightarrow P_3 = $ S/.4000

$P_T = P_1 + P_2 + P_3$
$P_T = $ S/.12 000

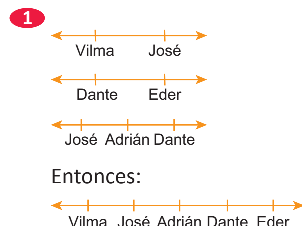
$\therefore$ Se pierde: $P - P_T = 36\,000 - 12\,000 = $ S/.24 000

Clave A

Orden de información

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 128)

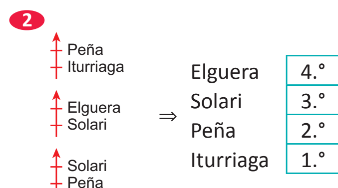
1



Entonces:

Al extremo derecho está Eder. **Clave D**

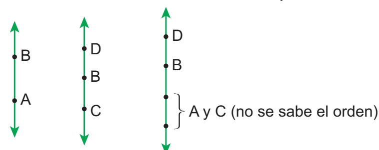
2



Los Peña viven en el 2.° piso y los Solari en el 3.°

Clave B

3 Representando la información del problema.



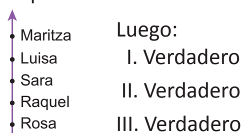
Luego:

A) Falso B) Falso C) Falso

D) Verdadero E) Falso

∴ La afirmación correcta es la D. **Clave D**

4 Representando la información del problema.



Luego:

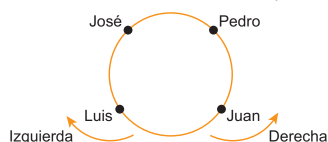
I. Verdadero

II. Verdadero

III. Verdadero

∴ Todas son verdaderas. **Clave C**

5 Representando la información del problema



∴ Frente a Pedro se sienta Luis.

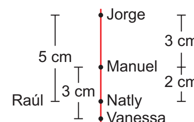
Clave E

6 Representando la información del problema

I. Verdadero

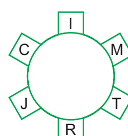
II. Verdadero

III. Falso



∴ I y II son verdaderas. **Clave B**

7 De acuerdo a los datos tenemos:



A la izquierda de Rosa está Juana.

Clave B

8

	Profesor	Ingeniero	Abogado	Médico
Germán	×	×	✓	×
Marcos	✓	×	×	×
Enrique	×	×	×	✓
Alberto	×	✓	×	×

Abogado: Germán

Médico: Enrique **Clave C**

9 Con los datos de los enunciados llenamos el cuadro de doble entrada.

	Lima	Cusco	Tacna	Educación	Derecho	Arquitectura
Mario	×	×	✓	×	×	✓
Luis	✓	×	×	×	✓	×
Iván	×	✓	×	✓	×	×

∴ Iván vive en Cuzco y estudia Educación.

Clave D

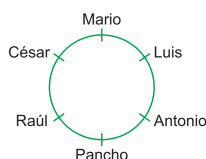
10 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	San Marcos	UNI	Villarreal	Industrial	Mecánica	Economía
Daniel	×	✓	×	✓	×	×
Julio	×	×	✓	×	✓	×
Ricardo	✓	×	×	×	×	✓

∴ Ricardo estudia economía en San Marcos.

Clave A

11 Representando la información del problema.



∴ César

Clave C



12 Representando la información del problema.
Luego:
I. Falso
II. Verdadero
III. Verdadero



∴ Son verdaderas II y III. **Clave C**

13

	Abril	Octubre	Diciembre
Lucía	×	✓(9)	×
Chela	×	×	✓(16)
Victoria	✓(12)	×	×

∴ El cumpleaños de Lucía es el 9 de octubre.
Clave A

14

	Mira-flores	Breña	Surco	Auto pet.	Auto gas.	Camio-neta
Karin	×	×	✓	×	✓	×
Giovanna	✓	×	×	✓	×	×
Milagros	×	✓	×	×	×	✓

∴ Karin vive en Surco y usa su auto gasolinero.
Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 131)

1

	Aritmética	Historia	Razonamiento Matemático
Kelly	×	×	✓
Carol	✓	×	×
Susan	×	✓	×

A Kelly le agrada el curso de Razonamiento matemático.
Clave A

2 A Carol le agrada el curso de Aritmética.
Clave D

3

	Geografía	Historia	Lenguaje
Ángel	✓	×	×
Bernardo	×	✓	×
César	×	×	✓

Bernardo enseña Historia.
Clave A

4 Ángel enseña Geografía.
Clave A

5

	Febrero	Marzo	Septiembre
Jorge	✓(26)	×	×
Pepe	×	×	✓(16)
Jaime	×	✓(21)	×

El cumpleaños de Jorge es el 26 de febrero.
Clave C

6 Pepe cumple años el 16 de septiembre.
Clave C

7 El cumpleaños de Jorge es el 26 de febrero.
Clave A

8 Jaime cumpleaños el segundo bimestre del año (marzo).
Clave B

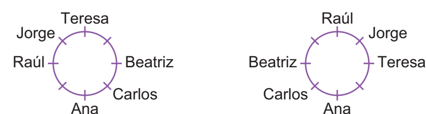
9 De acuerdo a los datos tenemos:
$R - 6 = B \Rightarrow R = B + 6$
$J + 6 = B \Rightarrow J = B - 6$
$P + 8 = R \Rightarrow P = R - 8 = (B + 6) - 8 = B - 2$
$A + 5 = P \Rightarrow A = P - 5 = (B - 2) - 5 = B - 7$
Ordenándolos del más alto al más bajo:



Clave E

NIVEL 2 (página 132)

De acuerdo al enunciado tenemos dos casos:



Esposos: Beatriz ⇒ Carlos
Ana ⇒ Raúl
Teresa ⇒ Jorge

10 El otro asiento vacío está a la derecha de Raúl.
Clave C

11 Para sentarse al lado de su esposo tiene que intercambiar asiento con Jorge.
Clave C

12 Para que Raúl se siente junto a Beatriz, debe intercambiar asiento con Carlos.
Clave D

13 Si Beatriz se retira, dos asientos vacíos estarían juntos.
Clave B



14 Si Ana María está a la izquierda de Carlos, entonces Beatriz está junto a un asiento vacío y Jorge está al frente de Carlos.

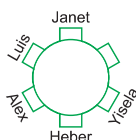
Claves C

15 1.ª opción 2.ª opción

	1.ª opción		2.ª opción
6.°	E	6.°	F
5.°	A	5.°	A
4.°	F	4.°	B
3.°	B	3.°	C
2.°	D	2.°	E o D
1.°	C	1.°	E o D

Clave A

16



Clave A

17

2.°	Mienten
1.°	Verdad

⇒ Mely vive en el 2.° piso.

Clave B

18 Costo

$P < R$
$P < Q$
$T < R$
$S < P$

Fabricación

$P < Q$
$S < Q$
$S < R$
$T < S$
$P < T$

$\Rightarrow S < P < Q < T < R \quad P < T < S < R < Q$

Clave D

NIVEL 3 (página 133)

19 El número que va con la C es el doble del número de Cam y la letra de Cam aparece en su nombre.

⇒ Cam no lleva la letra C, sino la letra A.

Hacemos el siguiente arreglo; sabiendo que el número que va con C es el doble del número de Cam:

Cam	(2)	(3)	(4) ⇒ Posición en el alfabeto
A	B	C	D
m	n	p	q
↓		↓	
2		4	
4 ✓		8 ✓	

Por dato, la posición de la letra de Ben en el alfabeto es mayor que el número de Ben. Entonces, tenemos:

Cam	Ben	Don	Ana
A	D	C	B
4	2	8	6

∴ Ana ⟶ 6; B

Clave C

20

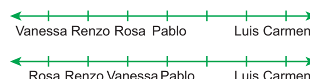
Juan < Jorge
Javier < Jesús ≤ Jaime
Jacinto < Julio
Jaciento ≤ Jesús
Jesús ≤ Jorge

⇒ Javier < Jesús ≤ Jorge

∴ Javier es menor que Jorge.

Clave E

21 De acuerdo a los datos tenemos 2 casos:

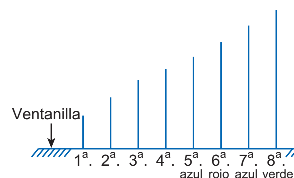


En ambos casos Pablo está sentado junto al sitio vacío.

Clave C

22 Sombreros:

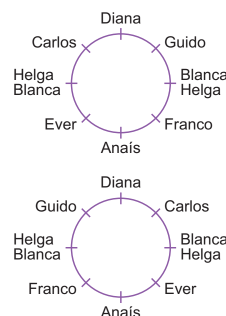
5 azules
2 rojos
1 verde



Una de las 4 primeras personas usa el otro sombrero rojo.

Clave E

23 Tenemos 2 casos:



En ninguno de los 2 casos hay dos mujeres que se sienten juntas.

Clave C

24 $AB + CD + EF + GH = 13$

$\Rightarrow CD + EF + GH = 13 - AB$

$AB + CD = 5$
$AB + EF = 6$ (+)
$AB + GH = 10$

$3AB + (13 - AB) = 21$

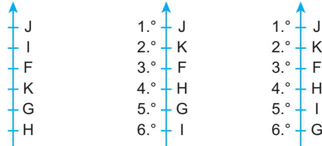


AB = 4
$\Rightarrow$ CD =1; EF = 2; GH = 6

Por el dato, el partido ganador tiene 2 comensales, entonces el ganador fue el partido EF.

Clave C

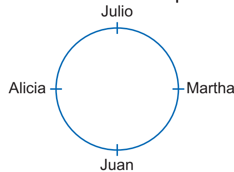
25 De acuerdo a los datos tenemos 3 casos:



En los 3 casos J empezó el torneo en primer lugar.

Clave A

26 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ El valor de verdad de las proposiciones son: VFVV

Clave B

27 Con los datos del enunciado planteamos:

	Torres	Garcés	Méndez	Psicóloga	Contadora	Dentista
Belinda	✓	×	×	✓	×	×
Katty	×	×	✓	×	✓	×
Atenas	×	✓	×	×	×	✓

∴ El nombre y apellido correcto es: Belinda Torres

Clave A

28 Con los datos del enunciado planteamos:

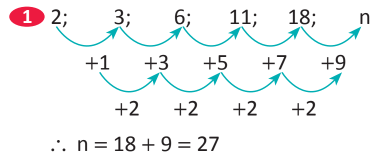
	1982	1983	1985	1987
Jaime	NO	NO	SÍ	NO
Carlos	NO	NO	NO	SÍ
Alberto	SÍ	NO	NO	NO
Juan	NO	SÍ	NO	NO

∴ La afirmación correcta es: Carlos nació en 1987.

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 142)

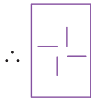
1



∴ n = 18 + 9 = 27

Clave D

2 Observamos que se van eliminando líneas en cada figura.

∴ 

Clave B

3 Observamos que el cuadrado sombreado gira en sentido horario y los segmentos del vértice opuesto también, además estos segmentos van aumentando de figura en figura. Luego, la respuesta es:

∴ 

Clave A

4 Observamos que la sucesión es de razón igual a 4 ⇒ x = 3

Además el término enésimo de una sucesión es:

$t_n = t_1 + (n - 1)r$

⇒ Reemplazando los valores:

$t_n = 3 + (n - 1) . 4$

∴ $t_n = 4n - 1$

Clave C

5 Observamos que la sucesión es de razón igual a 4, además el primer término es –1:

$t_n = t_1 + (n - 1) . r$

$t_n = -1 + (n - 1) . 4$

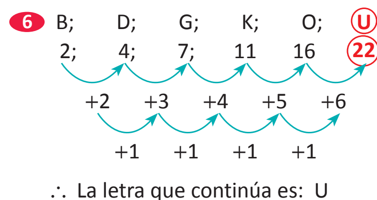
$t_n = 4n - 5$

Piden $t_{10} = 4 . 10 - 5$

∴ $t_{10} = 35$

Clave E

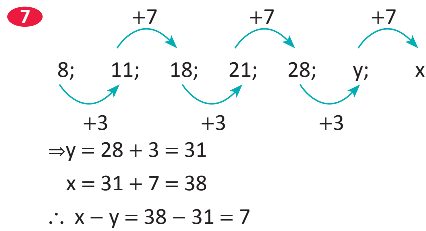
6



∴ La letra que continúa es: U

Clave D

7



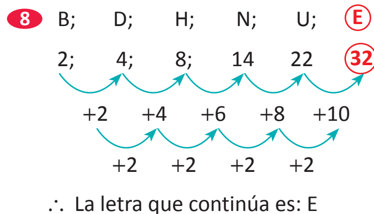
⇒ y = 28 + 3 = 31

x = 31 + 7 = 38

∴ x – y = 38 – 31 = 7

Clave E

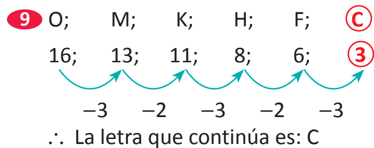
8



∴ La letra que continúa es: E

Clave D

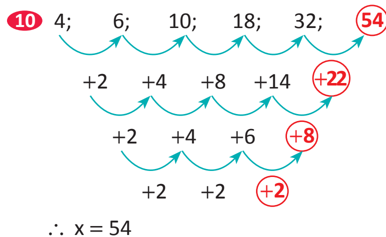
9



∴ La letra que continúa es: C

Clave A

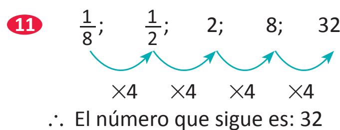
10



∴ x = 54

Clave C

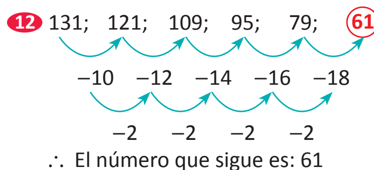
11



∴ El número que sigue es: 32

Clave B

12



∴ El número que sigue es: 61

Clave D



13 4; 28; 34; 36; 37 (38)

+24 +6 +2 +1 1

÷4 ÷3 ÷2 ÷1

∴ El número que continúa es: 38

Clave E

14 −3; 0; 0; 0; 5; 22; (60)

+3 +0 +0 +5 +17 +38

−3 +0 +5 +12 +21

+3 +5 +7 +9

∴ El número que continúa es: 60

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 144)

1 5; 15; 45; 135; x

×3 ×3 ×3 ×3

∴ $x = 135 \times 3 = 405$

Clave E

2 7, 7, 14; 42, x

×1 ×2 ×3 ×4

∴ $x = 42 \times 4 = 168$

Clave C

3 10; 11; 13; 16; 20; x

+1 +2 +3 +4 +5

∴ $x = 20 + 5 = 25$

Clave B

4 21; 28; 37; 48; 61; x

+7 +9 +11 +13 +15

∴ $x = 61 + 15 = 76$

Clave D

5 K; N; P; S; V; Y

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

11; 14; 17; 20; 23; 26

+3 +3 +3 +3 +3

∴ La letra que continúa es la "Y".

Clave B

6 E; I; M; P; T; X

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑

5; 9; 13; 17; 21; 25

+4 +4 +4 +4 +4

∴ La letra que continúa es la "X".

Clave D

7 F; K; N; R; U; Z

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑

6; 11; 14; 19; 22; 27

+5 +3 +5 +3 +5

∴ La letra que continúa es la "Z".

Clave C

8 14; 17; 16; 19; 18; 21; x

+3 −1 +3 +1 +3 −1

∴ $x = 21 - 1 = 20$

Clave C

9 15; 13; 18; 16; 21; 19; x

−2 +5 −2 +5 −2 +5

∴ $x = 19 + 5 = 24$

Clave E

10 1; 1; 3; 15; x

×1 ×3 ×5 ×7

∴ $x = 15 \times 7 = 105$

Clave B

NIVEL 2 (página 144)

11 +5 +5 +5 +5

20; 24; 25; 28; 30; 32; 35; 36, x

+4 +4 +4

$x = 35 + 5$

∴ $x = 40$

Clave B

12 8; 27; 64; 125; x

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

2^3; 3^3; 4^3; 5^3; 6^3

∴ $x = 216$

Clave D

13 40; 43; 49; 58; x

+3 +6 +9 +12

∴ $x = 58 + 12 = 70$

Clave D



14 4; 4; 6; 18; 22; 110; 116; x

×1 ×3 ×5 ×7

$\therefore$ x = 116 × 7 = 812

Clave A

15 28; 21; 63; 56; 168; x

−7 ×3 −7 ×3 7

$\therefore$ x = 168 − 7 = 161

Clave B

16 A; D; G; J; M

1; 4; 7; 10 13

+3 +3 +3 +3

$\therefore$ La letra que continúa es la “M”.

Clave C

17 2; 16; 128; x

2^1 2^4 2^7 2^{10}

$\therefore$ x = 2^{10} = 1024

Clave A

18 16; 20; 24; 36; 96; x

+4 +4 +12 +60 +420

×1 ×3 ×5 ×7

$\therefore$ x = 420 + 96 = 516

Clave B

19 2; 10; 30; 74; 166; x

×2 +6 ×2 + 10 ×2 + 14 ×2 + 18 ×2 + 22

$\therefore$ x = 166 × 2 + 22 = 354

Clave D

20 3; 5; 8; 13; 21; x

+2 +3 +5 +8 +12

+1 +2 +3 +4

$\therefore$ x = 21 + 12 = 33

Clave D

NIVEL 3 (página 145)

21 13; 16; 21; 29; 41; x

+3 +5 +8 +12 +17

+2 +3 +4 +5

x = 41 + 17

$\therefore$ x = 58

Clave A

22

+3 +3 +3

0; 2; 3; 4; 6; 6; a; b

+2 +2 +2

- 6 + 3 = a
  a = 9
- 6 + 2 = b
  b = 8

$\therefore$ a + b = 17

Clave C

23 1; 2; 5; 26; 677

$1^2 + 1$ $2^2 + 1$ $5^2 + 1$ $26^2 + 1$

$\therefore$ El número que sigue es 677.

Clave B

24 2; 10; 13; 12; 8; 2

+8 +3 −1 −4 −6

−5 −4 −3 −2

$\therefore$ El número que sigue es 2.

Clave D

25 7; 13; 37; 145; 721

×2 − 1 ×3 − 2 ×4 − 3 ×5 − 4

$\therefore$ El número que sigue es 721.

Clave C

26 5 6; 7; 9; 15; 39

+1 +1 +2 +6 +24

×1 ×2 ×3 ×4

$\therefore$ El número que sigue es 39.

Clave C



27 4; 8; 11; 44; 49; 294

$$4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{\times 4} 44 \xrightarrow{+5} 49 \xrightarrow{\times 6} 294$$

∴ El número que sigue es 294.

Clave E

28 4; 9; 26; 106; 528; 3171; 22 194

$$4 \xrightarrow{\times 2 + 1} 9 \xrightarrow{\times 3 - 1} 26 \xrightarrow{\times 4 + 2} 106 \xrightarrow{\times 5 - 2} 528 \xrightarrow{\times 6 + 3} 3171 \xrightarrow{\times 7 - 3} 22\,194$$

∴ El número que sigue es 22 194.

Clave A

29 Observamos que el círculo se mueve de derecha a izquierda.

∴ La figura que sigue es: 

Clave B

30 −4; 0; 0; 0; 6; 26; x

+4 +0 +0 +6 +20 +44

−4 +0 +6 +14 +24

+4 +6 +8 +10

∴ $x = 26 + 44 = 70$

Clave E

Unidad 3 Numeración

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 153)

1 Del numeral: $\overline{a0a}_n = \overline{(2a)(a)}_{2n}$

Se cumple: $n > a \ \wedge \ 2n > 2a \ \wedge \ a < 2n \Rightarrow \ n > a$

Descomponiendo polinómicamente:

$a \cdot n^2 + 0 \cdot n + a = (2a) \cdot 2n + a$

$a \cdot n^2 = 4a \cdot n$

$n = 4$

$\Rightarrow \ 4 > a \ ; a \in \{1; 2; 3\}$

∴ $a + n$ máximo será: $4 + 3 = 7$

Clave C

2 Del enunciado: $42_n \cdot 32_n = 2004_n$

Descomponiendo polinómicamente:

$(4n + 2)(3n + 2) = 2 \cdot n^3 + 0 \cdot n^2 + 0 \cdot n + 4$

$2\,(2n + 1)(3n + 2) = 2n^3 + 4$

$(2n + 1)(3n + 2) = n^3 + 2$

$6n^2 + 4n + 3n + 2 = n^3 + 2$

$6n^2 + 7n = n^3$

$6n + 7 = n^2$

$n^2 - 6n - 7 = 0$

$n \quad -7$

$n \quad 1$

$\Rightarrow n = 7 \ \vee \ n = -1$

∴ Se realizó en el sistema de base 7.

Clave B

3 Tenemos el numeral:

$$\frac{\overline{abab}}{3} = \overline{\left(\frac{b}{2}\right)a\left(\frac{b}{2}\right)a}\ ; \qquad b = \overset{\circ}{2}, \quad a < 10$$

Descomponiendo por bloques:

$$\frac{\overline{ab} \cdot 10^2 + \overline{ab}}{3} = \overline{\left(\frac{b}{2}\right)a} \cdot 10^2 + \overline{\left(\frac{b}{2}\right)a}$$

$$\frac{101}{3} \cdot \overline{ab} = 101\overline{\left(\frac{b}{2}\right)a}$$

$$\overline{ab} = 3\overline{\left(\frac{b}{2}\right)a}$$

$$10a + b = 3\left(10 \cdot \frac{b}{2} + a\right)$$

$$10a + b = 15b + 3a$$

$a = 2b \ ; \ b = \overset{\circ}{2}\ ; a < 10$

a	b
4	2
8	4

∴ El máximo valor de "a" es 8.

Clave D

4 Del numeral: $\overline{abcabc}_n = 420$

Descomponiendo por bloques:

$\overline{abc}_n \cdot n^3 + \overline{abc}_n = 420$

$\overline{abc}_n \cdot (n^3 + 1) = 15 \cdot 28$

$\Rightarrow \ n = 3$



$\overline{abc}_3 = 15$ ÷ 3 → residuos ⓪, ②, ① (cocientes 5, 1)

$\overline{abc}_3 = 120_3$

$\Rightarrow$ a = 1; b = 2; c = 0

$\therefore$ a + b + c + n = 1 + 2 + 0 + 3 = 6

Clave A

5 Un numeral en base "n" se escribe en las bases "n + 1" y "n + 2" como 1134 y 541.

Luego: $1134_{(n+1)} = 541_{(n+2)}$

Descomponiendo polinómicamente:

$1(n+1)^3 + 1 \cdot (n+1)^2 + 3(n+1) + 4$

$= 5(n+2)^2 + 4(n+2) + 1$

Efectuando y reduciendo: $n^3 - n^2 - 16n - 20 = 0$

$\Rightarrow n = 5$

Reemplazando: $1134_6 = 541_7$

Escribimos el numeral en base 4: 10102_4

$\therefore$ Se escribe como 10102_4.

Clave B

6 Sea el numeral: $\overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_n = n^3 - 1$

Llevando a base "n – 1".

$$\begin{array}{l} n^3 + 0 \cdot n^2 + 0 \cdot n - 1 \div (n-1) = n^2 + n + 1, \text{ residuo } 0 \\ n^2 + n + 1 \div (n-1) = n + 2, \text{ residuo } 3 \\ n + 2 \div (n-1) = 1, \text{ residuo } 3 \end{array}$$

(–) $n^3 - n^2$; $n^2 + 0 \cdot n$; (–) $n^2 - n$; $n - 1$; (–) $n - 1$; ⓪

(–) $n^2 - n$; $2n + 1$; (–) $2n - 2$; ③

$n + 2$; (–) $n - 1$; ③; ①

$\Rightarrow \overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_n = 1330_{n-1}$

$\therefore \sum$ cifras = 1 + 3 + 3 + 0 = 7

Clave B

7 Del enunciado: $\overline{xxx} = \overline{aba}_6 < 555_6$

$\Rightarrow \overline{xxx} \leq 215$; el único valor para x es 1.

Luego: 111 a base 6

111 ÷ 6 → residuo ③, cociente 18; 18 ÷ 6 → residuo ⓪, cociente ③

De donde: $111 = 303_{(6)} \Rightarrow a = 3; b = 0; x = 1$

$\therefore$ a + b + x = 4

Clave A

8 Sea el numeral: 100111_n

Convirtiendo el numeral a base n^2:

$$1\,0\,0\,1\,1\,1_n = \underset{1.^a \text{ cif.}}{___}\ \underset{2.^a \text{ cif.}}{___}\ \underset{3.^a \text{ cif.}}{___}\ {}_{n^2}$$

1.ª cifra: $10_n = n$

2.ª cifras: $01_n = 1$

3.ª cifras: $11_n = n + 1$

Luego el numeral será: $100111_n = \overline{n1(n+1)}_{n^2}$

Del dato tenemos: $n + 1 + n + 1 + n^2 = 26$

$n \cdot (n+2) = 4 \cdot 6$

$\therefore$ n = 4

Clave C

9 Mayor numeral de k cifras de base n:

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}_n}_{\text{"k" cifras}} = n^k - 1$$

El cuadrado de dicho numeral:

$(n^k - 1)^2 = (n^k)^2 - 2(n^k) + 1$

A la base n^k:

$1(n^k)^2 - 2(n^k)^1 + 1 = \overline{1(-2)1}_{n^k}$

$\therefore (n^k - 1)^2 = \overline{(n^k - 2)1}_{n^k}$

Clave E

10 En una progresión aritmética se cumple:

$r = 30_n - 23_n = 34_n - 30_n$

$3n - (2n + 3) = 3n + 4 - 3n$

$n - 3 = 4$

$n = 7 \Rightarrow r = 4$

$\Rightarrow \underset{t_1}{23_7}; 30_7; 34_7; \ldots; \underset{t_k}{445_7}$

El número de términos (k):

$$k = \frac{(t_k - t_1)}{r} + 1 = \left(\frac{445_7 - 23_7}{4}\right) + 1$$

$\therefore$ k = 54 términos

Clave B

11 Sea: $N_x = 3344$

Como N_x tiene tres cifras $\Rightarrow x^2 \leq N_x < x^3$

Luego: $x^2 \leq 3344 < x^3$

Se cumple: $x^2 \leq 3344 \ \wedge\ 3344 < x^3$

$x \leq 57{,}8 \ \wedge\ 14{,}9 < x$

$\Rightarrow 14{,}9 < x \leq 57{,}8$



$x \in \{15; 16; 17; ...; 57\}$

$\therefore$ n.° de sistemas: $\frac{57-15}{1}+1=43$

Clave C

12 Haciendo que: $\overline{ab}_{\overline{ab}_{\cdot_{\cdot_{\overline{ab}_3}}}} = x$ ... (1) ("m" veces)

$\Rightarrow \overline{abm}_x = \overline{14(m+3)}$

Descomponiendo polinómicamente:
$ax^2 + bx + m = 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + m + 3$
Efectuando y reduciendo: $x(ax+b) = 11 \cdot 13$

$\Rightarrow x = 11;\ a \cdot 11 + b = 13$
$a = 1$, $b = 2$

Reemplazando en (1) tenemos:

$12_{12_{\cdot_{\cdot_{12_3}}}} = 11$ ("m" veces)

Por propiedad: $2m + 3 = 11$
$m = 4$
$\therefore a + b + m = 1 + 2 + 4 = 7$

Clave D

13 Sea:
$N = 14 \cdot 13^5 + 21 \cdot 13^4 + 27 \cdot 13^2 + 5 \cdot 13^1 + 17$
Dándole forma:
$N = 14 \cdot 13^5 + 21 \cdot 13^4 + 0 \cdot 13^3 + 27 \cdot 13^2 + 5 \cdot 13^1 + 17$
$\Rightarrow N = (14)(21)(0)(27)(5)(17)_{13}$
Transformando adecuadamente:

$N = (14)\ (21)\ (0)\ (27)\ (5)\ (17)_{13}$

(+1, +1, +2, +1; $14 = 1(13)+2$; $21 = 1(13)+8$; $27 = 2(13)+1$; $17 = 1(13)+4$)

Escribiendo correctamente:
$N = 1\,2\,8\,2\,1\,6\,4_{13}$
$\therefore \sum$ cifras $N = 1 + 2 + 8 + 2 + 1 + 6 + 4 = 24$

Clave E

14 Sea "n" la base del sistema de numeración.
Hallamos los valores de cada cifra.

Cifra a:
- Menor valor: $a \rightarrow a_{mín.} = 1$
- Mayor valor: $a + 2 = n - 1 \rightarrow a_{máx.} = n - 3$

Valores de a: $1; 2; 3; ...; (n-3) \Rightarrow (n-3)$ valores

Cifra b:
- Menor valor: $b - 2 = 0 \rightarrow b_{mín.} = 2$
- Mayor valor: $b = n - 1 \rightarrow b_{máx.} = n - 1$

Valores de b: $2; 3; ...; (n-1) \Rightarrow (n-2)$ valores
Total de valores:
$(n-3)(n-2) = 1482$
$(n-3)(n-2) = 38 \cdot 39$
$n - 2 = 39$
$\therefore n = 41$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 155)

1 $141 = 261_x;\ x > 0$
$141 = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 1$
$0 = 2x^2 + 6x - 140$
$0 = x^2 + 3x - 70$
$x \quad -7;\ x = 7$
$x \quad +10;\ x = -10$
$\therefore x = 7$

Clave C

2 $50_x - 22_x = 27_x$
$5x - 2x - 2 = 2x + 7$
$\therefore x = 9$

Clave E

3 $8 \cdot 8 = 71_x$
$64 = 7x + 1$
$63 = 7x \quad \therefore x = 9$

Clave B

4 Descomponiendo polinómicamente:
$1010_{101_x} = 1010$
$1010_{x^2+1} = 1010_{10}$
$\Rightarrow x^2 + 1 = 10$
$x^2 = 9$
$\therefore x = 3$

Clave E

5 Descomponiendo polinómicametne:
$\overline{a(2a)a} = 11 \cdot \overline{aa}$; $0 < 2a < 10$
$a \cdot 10^2 + 2a \cdot 10 + a = 11(10a + a);\ 0 < a < 5$
$121a = 121a$; $a \in \{1; 2; 3; 4\}$
$121 = 121$
$\therefore$ Existen 4 valores.

Clave C



6 $\overline{10n3}_6 = \overline{abb4}_n$

$n < 6 \qquad n > 4 \Rightarrow n = 5$

$1053_6 = \overline{abb4}_5$

$1444_5 = \overline{abb4}_5$

Comparando tenemos: $a = 1 \wedge b = 4$

$\therefore\ a + b + n = 1 + 4 + 5 = 10$

Clave B

7 $\overline{n25}_9 = \overline{1ab7}_n$

$n < 9 \qquad n > 7$

$\Rightarrow\ n = 8$

$825_9 = \overline{1ab7}_8$

$1237_8 = \overline{1ab7}_8$

Comparando tenemos: $a = 2 \wedge b = 3$

$\therefore\ a + b + n = 2 + 3 + 8 = 13$

Clave D

8 Descomponiendo polinómicamente:

$\overline{aaa}_9 = \overline{1a0a}_6$

$a \cdot 9^2 + a \cdot 9 + a = 1 \cdot 6^3 + a \cdot 6^2 + a$

$90a = 216 + 36a$

$54a = 216$

$a = 4$

$\therefore\ a^2 = 16$

Clave A

9 Del enunciado planteamos:

$\overline{(x-1)(x-1)(x-1)}_x + 100_x = 1451$

$x^3 - 1 + x^2 = 1451$

$x^3 + x^2 = 1452$

$x^2(x + 1) = 11^2 \cdot (11 + 1)$

$\therefore\ x = 11$

Clave B

10 $\overset{-}{\overline{xxy}}_{10} = \overset{+}{1183}_{(n)}$

$8 < n < 10$

$\Rightarrow\ n = 9$

$\overline{xxy} = 1183_{(9)}$

$\overline{xxy} = 885$

Comparando obtenemos: $x = 8 \wedge y = 5$

$\therefore\ x + y = 13$

Clave C

NIVEL 2 (página 155)

11

$\overline{aab}_5 = \overline{bbb}_4;\ 4 > b > a \ \Rightarrow\ a \in \{1; 2; 3\}$

$a \cdot 5^2 + a \cdot 5 + b = b \cdot 4^2 + b \cdot 4 + b$

$30a = 20b$

$3a = 2b$

$a = \frac{2}{3}b$

Solo cumple: $b = 3 \wedge a = 2$

$\therefore\ a + b = 3 + 2 = 5$

Clave B

12 $\overline{16n}_9 = \overline{ab7}_n$

$n < 9 \qquad n > 7$

$\Rightarrow\ n = 8$

$168_9 = \overline{ab7}_8$

$217_8 = \overline{ab7}$

Comparando, obtenemos: $a = 2 \wedge b = 1$

$\therefore\ a + b + n = 2 + 1 + 8 = 11$

Clave D

13

$12_{13_{14_{15_b}}} = 22_9$

$b + 5 + 4 + 3 + 2 = 20$

$\therefore\ b = 6$

Clave A

14

$\overline{10a3}_7 = \overline{abb}_9\ ;\ a < 7$

$1 \cdot 7^3 + a \cdot 7 + 3 = a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + b$

$346 + 7a = 81 \cdot a + 10b$

$346 = 74a + 10b$

$173 = 37a + 5b \qquad \ldots(1)$

$\overset{\circ}{5} + 3 = \overset{\circ}{5} + 2a + \overset{\circ}{5}$

$2a = \overset{\circ}{5} + 3$

$2a = \overset{\circ}{5} + 5 + 3$

$a = \overset{\circ}{5} + 4;\ a < 7 \Rightarrow\ a = 4$

Luego; reemplazando el valor de **a** en la expresión (1), hallamos b:

$b = 5$

$\therefore\ b - a = 5 - 4 = 1$

Clave E



15 $\overline{(a-2)b(8-a)}$; $a-2>0 \wedge 8-a>0$

$\Rightarrow a \in \{3; 4; 5; 6, 7\}$

$a = 3 \to 1$		0
$a = 4 \to 2$		1
$a = 5 \to 3$		2
$a = 6 \to 4$		3
$a = 7 \to 5$		4
5 valores		5
		6
		7
		8
		9
		10 valores

$\therefore$ Existen $5 \cdot 10 = 50$ números

Clave D

16 Descomponiendo polinómicamente:

$$\overline{aaa}_5 = \overline{(a-1)aa}_6$$

$$a \cdot 5^2 + a \cdot 5 + a = (a-1) \cdot 6^2 + a \cdot 6 + a$$

$$31a = 43a - 36$$

$$36 = 12a \quad \therefore\ a = 3$$

Clave C

17 Descomponiendo polinómicamente:

$\overline{aa0} + \overline{bb0} = \overline{aa00}$; $a < 10 \wedge b < 10$

$$a \cdot 10^2 + a \cdot 10 + b \cdot 10^2 + b \cdot 10 = a \cdot 10^3 + a \cdot 10^2$$

$$110a + 110b = 1100a$$

$$11a + 11b = 110a$$

$$11b = 99a$$

$$b = 9a;\ a < 10 \wedge b < 10$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$9 \quad 1$$

$\therefore\ b - a = 9 - 1 = 8$

Clave B

18 Descomponiendo polinómicamente:

$\overline{abc}_9 = \overline{cba}_7$; $c < 7 \wedge b < 7 \wedge a < 7$

$$a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + c = c \cdot 7^2 + b \cdot 7 + a$$

$$40a + b = 24c \wedge b < 7$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\overset{\circ}{8} \qquad \overset{\circ}{8}$$

$\Rightarrow b = \overset{\circ}{8}$

Luego: $b = 0$

$40a + 0 = 246$

$5a = 3c$

$a = \frac{3}{5}c \wedge c < 7$

$\Rightarrow c = 5$

$a = 3$

Luego:

$\overline{abc}_9 = \overline{xyx}$

$305_9 = \overline{xyz}$

$248 = \overline{xyz}$

$\Rightarrow x = 2$

$y = 4$

$z = 8$

$\therefore\ x + y + z = 14$

Clave A

19 $2856 = \overline{abc}_x$; x: base

Del enunciado planteamos:

$x^2 \leq \overline{abc}_x < x^3$

$x^2 \leq 2856 < x^3$

$\Rightarrow\ x \leq 53{,}4$

$x > 14{,}1$

$x = \{15; 16; 17; ...; 53\}$

$\therefore$ Se puede representar en 39 bases.

Clave E

20 Descomponiendo polinómicamente:

$$121_n = \overline{6ab}\ ;\ a < 5$$

$1 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 1 = \overline{6ab}$

$(n+1)^2 = \overline{6ab}$

$\downarrow$

$(24+1)^2 = 625$ ✓ $\Rightarrow\ a = 2 \wedge b = 5$

$(25+1)^2 = 676$ ✗ $\quad a < 5$

$\therefore\ a + b + n = 2 + 5 + 24 = 31$

Clave A

NIVEL 3 (página 156)

21 Por propiedad sabemos:

16, 16, 16, …, $16_{\overline{xy}}$ ($\overline{xy}$ veces)

$= 6\overline{xy} + \overline{xy} = 105$

$7\overline{xy} = 105$

$\overline{xy} = 35$

$\downarrow\downarrow$

$3\,5$

$\therefore\ x \cdot y = 3 \cdot 5 = 15$

Clave E

22 En una progresión aritmética se cumple:

$140_x - 123_x = 156_x - 140_x$; x: base

$$1 \cdot x^2 + 4 \cdot x - (1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 3) = 1 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 6 - (1 \cdot x^2 + 4 \cdot x)$$

$2x - 3 = 6 + x$

$\therefore\ x = 9$

Clave E

23 Por propiedad sabemos:

18, 18, 18, …, 18_n (24_n veces)

$= 24_n \cdot 8 + n = 559$

$(2n+4) \cdot 8 + n = 559$

$16n + 32 + n = 559$

$\therefore\ n = 31$

Clave C

24 $234_x = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4$

Dividiendo entre $x - 1$:

$2x^2 + 3x + 4 \ |\ x - 1$

$\underline{2x^2 - 2x}$ → cociente $2x + 5$

$5x + 4$

$\underline{5x - 5}$

residuo ⑨

$2x + 5 \ |\ x - 1$

$\underline{2x - 2}$ → cociente ②

residuo ⑦

$\therefore\ 234_x = 279_{x-1}$

Clave D



25 $N = 16 \,.\, 13^5 + 20 \,.\, 13^4 + 31 \,.\, 13^2 + 6 \,.\, 13 + 13 \,.\, 3$

$N = (16)(20)(0)(31)(9)(0)_{13}$

$N = 147259_{13}$

$\therefore\ \Sigma$ cifras de $N = 1 + 4 + 7 + 2 + 5 + 9 = 28$

Clave C

26 Sea el numeral:

$N = \underbrace{676767\ldots676_8}_{83\text{ cifras}}\ ;\ \begin{cases} 42 \Rightarrow \text{seis} \\ 41 \Rightarrow \text{sietes} \end{cases}$

Llevando "N" al sistema binario, obtenemos:

$6 = 110_2$, por cada cifras seis existen 2 unos.

$7 = 111_2$, por cada cifra siete existen 3 unos.

$\Rightarrow$ n.° unos $= 42(2) + 41(3)$

$\therefore$ n.° unos $= 207$

Clave C

27 Descomponiendo polinómicamente:

$\overline{aa\ldots aa}_9 = a \,.\, 9^{n-1} + a \,.\, 9^{n-2} + \ldots a \,.\, 9 + a = 9^{10} - 1$

$a(9^{n-1} + 9^{n-2} + \ldots a \,.\, 9 + 1) = 9^{10} - 1$

$a \,.\, \left(\frac{9^n - 1}{9 - 1}\right) = 9^{10} - 1$

$a(9^n - 1) = 8(9^{10} - 1)$

Comparando obtenemos: $a = 8 \wedge n = 10$

$\therefore\ n + a = 18$

Clave B

28 Descomponiendo polinómicamente:

$\overline{21ab}_n = \overline{(11)7}_{n^2}$

$\overline{21_n \ ab_n}_{\,n^2} = \overline{(11)7}_{n^2}$

$\overline{(2n+1)(an+b)}_{n^2} = \overline{(11)7}_{n^2}$

Comparando términos:

- $2n + 1 = 11$

  $n = 5$

- $an + b = 7$

  $5a + b = 7$

  $a = 1,\ b = 2$

$\therefore\ a + b + n = 1 + 2 + 5 = 8$

Clave A

29

$128^{200} = (2^7)^{200} = 2^{1400}$

$2^{1400} \div 2^3 = 2^{1397}$, residuo 0; $2^{1397} \div 2^3 = 2^{1394}$, residuo 0; … ; $2^5 \div 2^3 = 2^2$, residuo 0; $2^2 = 4$

"n" cifras

Para hallar el número de cifras, utilizamos la progresión aritmética de los exponentes del dividendo:

$\underbrace{1400;\ 1397;\ 1394;\ \ldots;\ 2}_{\text{"n" términos}}$

$t_n = t_0 + (n - 1) \,.\, r$

$1400 = 2 + (n - 1) \,.\, 3$

$\frac{1398}{3} = (n - 1)$

$n = 467$

$\therefore$ El n.° de cifras es 467.

Clave B

30 Para que el producto sea 30:

$30 = 1 \times 5 \times 6$

$30 = 1 \times 2 \times 3 \times 5$

Los números en el sistema heptal son de la forma:

1; 1; 1; 5 y 6 o 1; 1; 2; 3 y 5

En cada caso se considera el total de permutaciones con repetición:

i) Cifras 1; 1; 1, 5 y 6:

$P^5_{3;1;1} = \frac{5!}{3!1!1!} = 20$

ii) Cifras 1; 1; 2; 3 y 5

$P^5_{2;1;1;1} = \frac{5!}{2!1!1!1!} = 60$

De (i) y (ii), se obtiene:

20 + 60 = 80 números

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 161)

1 Fila 1: $24 - 4 = 20$
Fila 2: $33 - 18 = 15$
Fila 3: $12 - 4 = 8$

Clave B

2 Fila 1: $14 - 10 = 4$
Fila 2: $20 - 5 = 15$
Fila 3: $12 - 2 = x \Rightarrow x = 10$

Clave A

3 Fig. 1: $8 \div 4 = 2$
Fig. 2: $27 \div 9 = 3$
Fig. 3: $60 \div 5 = x \Rightarrow x = 12$

Clave A

4 Fila 1 : $\frac{16 + 20}{2} = 18$

Fila 2: $\frac{40 + 50}{2} = 45$

Fila 3 : $\frac{36 + 48}{2} = x \Rightarrow x = 42$

Clave C

5

Triángulo: 5 (arriba), 8, 2 $\Rightarrow (8 + 2) \div 2 = 5$

Triángulo: 9 (arriba), 6, 12 $\Rightarrow (6 + 12) \div 2 = 9$

Luego:

Triángulo: x (arriba), 11, 7 $\Rightarrow (11 + 7) \div 2 = 9 = x$

Clave D

6 2 (16) 4 $\Rightarrow 2^4 = 16$
3 (27) 3 $\Rightarrow 3^3 = 27$
6 (x) 2 $\Rightarrow 6^2 = 36$
$x = 36$

Clave C

7 56 (16) 41 $\Rightarrow 56 - 41 + 1 = 16$
92 (24) 69 $\Rightarrow 92 - 69 + 1 = 24$
86 (x) 39 $\Rightarrow 86 - 39 + 1 = 48$
$\therefore x = 48$

Clave A

8

	8	
5	1	3
	2	

$\Rightarrow (8 . 2) - (5 . 3) = 1$

	4	
5	11	5
	9	

$\Rightarrow (4 . 9) - (5 . 5) = 11$

Luego:

	6	
4	x	8
	7	

$\Rightarrow (6 . 7) - (4 . 8) = 10$
$\therefore x = 10$

Clave E

9 Fila 1 : $\sqrt{4} + \sqrt{25} = 7$
Fila 2 : $\sqrt{64} + \sqrt{36} = 14$
Fila 3 : $\sqrt{49} + \sqrt{81} = 16$
$\therefore x = 16$

Clave D

10 Fila 1: $\sqrt{144} \times \sqrt[3]{27} = 36$
Fila 2: $\sqrt{25} \times \sqrt[3]{1} = 5$
Fila 3: $\sqrt{25} \times \sqrt[3]{8} = 10$
$\therefore x = 10$

Clave C

11 Fig. 1: $3 \times 5 + 2 = 17$
Fig. 2: $1 \times 4 + 3 = 7$
Fig. 3: $2 \times 2 + 6 = ?$
$\therefore ? = 10$

Clave C

12 Fig. 1: $(20 - 8) \div 4 = 3$
Fig. 2: $(30 - 10) \div 10 = 2$
Fig. 3: $(32 - 8) \div 6 = ?$
$\therefore ? = 4$

Clave E

13 Fig. 1: $\frac{9 + 9}{3} = 6$

Fig. 2: $\frac{20 + 10}{6} = 5$

Fig. 3: $\frac{8 + 22}{10} = ?$

$\therefore ? = 3$

Clave D

14 Fila 1 : $(8 \times 2) - (3 \times 3) = 7$
Fila 2: $(4 \times 5) - (1 \times 4) = 16$
Fila 3: $(7 \times 3) - (4 \times 5) = 1$
$\therefore ? = 1$

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 163)

1

Fig. 1: $9 + 11 = 20$
Fig. 2: $7 + 3 = 10$
Fig. 3: $8 + 14 = ?$
$\therefore ? = 22$

Clave C

2

Fig. 1: $5 \times 4 = 20$
Fig. 2: $1 \times 8 = 8$
Fig. 3: $2 \times 3 = x$
$\therefore x = 6$

Clave C

3

Fig. 1: $3 \times 5 + 1 = 16$
Fig. 2: $8 \times 3 + 1 = 25$
Fig. 3: $6 \times 7 + 1 = 43$

Clave D

4

Fig. 1: $2^5 = 32$
Fig. 2: $7^3 = 343$
Fig. 3: $1^9 = 1$

Clave E

5

Fig. 1: $(12 + 8) \div 2 = 10$
Fig. 2: $(10 + 8) \div 2 = 9$
Fig. 3: $(4 + 2) \div 2 = x$
$6 \div 2 = x \Rightarrow x = 3$

Clave C

6

Fila 1: $14 - 2(2) = 10 \Rightarrow 10 \div 2 = 5$
Fila 2: $20 - 2(2) = 16 \Rightarrow 16 \div 2 = 8$
Fila 3: $16 - 2(4) = 8 \Rightarrow 8 \div 2 = 4$

Clave A

7

Fila 1: $2^3 + 1 = 9$
Fila 2: $4^2 + 1 = 17$
Fila 3: $5^2 + 1 = x \Rightarrow 26 = x$

Clave B



8

Fila 1: $12 \div 3 = 4 \Rightarrow 4^2 = 16$

Fila 2: $15 \div 5 = 3 \Rightarrow 3^2 = 9$

Fila 3: $28 \div 4 = 7 \Rightarrow 7^2 = 49$

Clave D

9

Fila 1: $(16 + 20) \div 4 = 9$

Fila 2: $(17 + 31) \div 4 = 12$

Fila 3: $(23 + 5) \div 4 = 7$

Clave B

NIVEL 2 (página 164)

10

Fig. 1: $4^2 + 1 = 17$

Fig. 2: $3^3 + 1 = 28$

Fig. 3: $8^2 + 1 = 65$

Clave E

11

Fig. 1: $4 \times 3 + 1 = 13$

Fig. 2: $5 \times 8 + 1 = 41$

Fig. 3: $3 \times 3 + 1 = 10$

Clave D

12

Fig. 1: $(8 + 4) \times 5 = 60$

Fig. 2: $(10 + 10) \times 4 = 80$

Fig. 3: $(6 + 4) \times ? = 50$

$10 \times ? = 50$

$\therefore ? = 5$

Clave D

13

Fig. 1: $(9 - 1) \div 2 = 4$

Fig. 2: $(20 - 4) \div 2 = 8$

Fig. 3: $(60 - 10) \div 2 = 25$

Clave E

14

Fig. 1: $15 \times 2 + 4 = 34$

Fig. 2: $3 \times 8 + 1 = 25$

Fig. 3: $4 \times 4 + 7 = 23$

Clave D

15

Fig. 1: $(1 + 5)^2 = 36$

Fig. 2: $(3 + 4)^2 = 49$

Fig. 3: $(3 + x)^3 = 64$

$3 + x = 4$

$x = 1$

Clave A

16

Fig. 1: $50 + 4 = 2 \times 27$

Fig. 2: $3 + 17 = 2 \times 10$

Fig. 3: $8 + 10 = 3 \times ?$

$18 = 3 \times ?$

$\therefore ? = 6$

Clave D

17

$16 - 8 = 2^3$

$50 - 25 = 5^2$

$98 - x = 7^2$

$\therefore x = 49$

Clave D

18

$3 + 6 = 9$

$15 + 210 = 225$

$11 + x = 121$

$\therefore x = 110$

Clave D

NIVEL 3 (página 165)

19

Fig. 1: $2^4 = 16 \Rightarrow 61$

Fig. 2: $5^2 = 25 \Rightarrow 52$

Fig. 3: $3^4 = 81 \Rightarrow 18$

Fig. 4: $3^3 = 27 \Rightarrow 72$

Clave C

20 Fig. 1: $4 \times 5 + 2 \times 3 = 26$

Fig. 2: $7 \times 8 + 1 \times 3 = 59$

Fig. 3: $3 \times 4 + 2 \times x = 24$

$\Rightarrow 12 + 2x = 24$

$2x = 12$

$\therefore x = 6$

Clave B

21

Fig. 1: $(2 + 1)(10 - 3) = 21$

Fig. 2: $(9 + 7)(8 - 7) = 16$

Fig. 3: $(4 + 9)(10 - 8) = 26$

Clave B

22

Fig. 1: $(4 + 2)(2 + 1) = 18$

Fig. 2: $(2 + 1)(8 + 0) = 24$

Fig. 3: $(5 + 2)(2 + 2) = 28$

Clave A

23

Fig. 1: $(2 + 4) \times 3 = 18$

Fig. 2: $(1 + 5) \times 9 = 54$

Fig. 3: $(3 + 0) \times 5 = 15$

Clave E

24

Fila 1: $1 \times 2 \times 3 \times 2 = 12$

Fila 2: $5 \times 4 \times 1 \times 7 = 140$

Fila 3: $3 \times 2 \times 1 \times 5 = 30$

Clave B

25

Fig. 1: $(2 + 0)(3 + 5) = 16$

Fig. 2: $(3 + 0 + 4)(4 + 6) = 70$

Fig. 3: $(8 + 1)(1 + 1) = 18$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 170)

1 Efectuando:

$$E = 64^{-8^{-27^{-9^{-4^{-0,5}}}}} \rightarrow 4^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$E = 64^{-8^{-27^{-9^{\frac{-1}{2}}}}} \rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

$$E = 64^{-8^{-27^{\frac{-1}{3}}}} \rightarrow \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$$

$$E = 64^{-8^{\frac{-1}{3}}} \rightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$

$$E = 64^{\frac{-1}{2}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore E = \frac{1}{8}$$

Clave B

2 Resolviendo:

$$A = \left[x^{x^{x-1}}\right]^{(\sqrt[x]{x})^{-1}} \rightarrow (x^{\frac{1}{x}})^{-1} = x^{\frac{-1}{x}}$$

$$A = \left[x^{x^{x-1}}\right]^{x^{\frac{-1}{x}}} = x^{x^{x-1} \cdot x^{\frac{-1}{x}}} = x^{x^{\frac{1}{x}} \cdot x^{\frac{-1}{x}}} = x^{x^{\frac{1}{x}-\frac{1}{x}}}$$

$$= x^{x^0} = x^1$$

$$\therefore A = x$$

Clave A

3 $R = \left[\sqrt[\sqrt{2}]{\left(2^2 . 2^{\sqrt{2}}\right)}\right]^{\sqrt{2}-1}$

$$R = \left(2^{\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}-1}$$

$$R = 2^{\frac{\sqrt{2}^2 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}}}$$

$$R = 2^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = 2^1 \Rightarrow R = 2$$

Clave B

4 $M = \left[\dfrac{5^{n^2} . 5^3 - 5^{n^2} + 5^{n^2} . 5^1}{5^{n^2} . 5^2 - 5^{n^2}}\right]^{-1}$

$$M = \left[\frac{5^{n^2} . (5^3 - 1 + 5)}{5^{n^2}(5^2 - 1)}\right]^{-1}$$

$$M = \left(\frac{125 - 1 + 5}{25 - 1}\right)^{-1} = \left(\frac{129}{24}\right)^{-1} = \frac{24}{129}$$

$$M = \frac{8}{43}$$

Clave D

5 $E = \sqrt[n]{\dfrac{1 + 2^n}{1 + \dfrac{1}{2^n}}} = \sqrt[n]{\dfrac{1 + 2^n}{\dfrac{1}{\dfrac{2^n + 1}{2^n}}}}$

$$E = \sqrt[n]{\frac{(1 + 2^n)2^n}{(2^n + 1)}} = \sqrt[n]{2^n}$$

$$\therefore E = 2$$

Clave E

6 $E = \dfrac{\left(\sqrt[3]{a}\right)^{45}}{\left(\sqrt{a}\right)^{20}} \div \left(\dfrac{a^4}{a^{-1}}\right)$

$$E = \frac{a^{15}}{a^{10}} \div \left(a^{4+1}\right) = a^5 \div a^5$$

$$\therefore E = 1$$

Clave D

7 Aplicando la regla práctica tenemos:

$$E = \sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^2 \sqrt{x^3 \sqrt{x^{18}}}}}$$

$$= \sqrt[3 \times 4 \times 2 \times 2]{x^{((1 . 4 + 2)2 + 3) . 2 + 18}}$$

$$= \sqrt[48]{x^{48}} = x$$

$\therefore$ El exponente final de x es 1.

Clave C

8 Resolviendo:

$$E = \sqrt[3]{a^2 . b^4 \sqrt[4]{b^3 . c^2 \sqrt[5]{c^3 . d^6}}}$$

$$= \sqrt[3]{a^2 b^4} . \sqrt[3]{\sqrt[4]{b^3 . c^2}} . \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{c^3 . d^6}}}$$

$$= \sqrt[3]{a^2 b^4} . \sqrt[12]{b^3 c^2} . \sqrt[60]{c^3 d^6}$$

$$= a^{\frac{2}{3}} . b^{\frac{4}{3}} . b^{\frac{3}{12}} . c^{\frac{2}{12}} . c^{\frac{3}{60}} . d^{\frac{6}{60}}$$

$$= a^{\frac{2}{3}} . b^{\frac{4}{3}+\frac{3}{12}} . c^{\frac{2}{12}+\frac{3}{60}} . d^{\frac{6}{60}}$$

$$= a^{\frac{2}{3}} . b^{\frac{19}{12}} . c^{\frac{13}{60}} . d^{\frac{6}{60}}$$

$\therefore$ La suma de los exponentes es:

$$\frac{2}{3} + \frac{19}{12} + \frac{13}{60} + \frac{6}{60} = \frac{77}{30}$$

Clave D



9 $M = \sqrt[3-1]{a^{a^{a}.a}} = \sqrt{\left(a^{a}\right)^{a^{a}}}$

$M = \sqrt{3^{3}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

Clave D

10 Debemos transformar C en términos del dato:

$C = a^{3a^{a^{a}}+a} = a^{3a^{a^{a}}.a^{a}} = a^{3\,.\,2\,.\,a^{a}} = a^{6a^{a}} = \left(a^{a^{a}}\right)^{6} = 2^{6}$

$\therefore\ C = 64$

Clave D

11 Resolviendo

$3^{27^{x-2}} = 27^{9^{x+1}}$

$3^{27^{x-2}} = (3^{3})^{9^{x+1}}$

$3^{27^{x-2}} = 3^{3\,.\,9^{x+1}}$; bases iguales, entonces exponentes iguales.

$\Rightarrow 27^{x-2} = 3\,.\,9^{x+1}$

$(3^{3})^{x-2} = 3\,.\,(3^{2})^{x+1}$

$3^{3x-6} = 3^{2x+2}$

$\Rightarrow 3x - 6 = 2x + 3$

$\therefore\ x = 9$

Clave B

12 Resolviendo tenemos:

$\left(\sqrt[7]{\dfrac{5^{16}+5^{x}}{5^{x}+5^{2}}}\right)^{7} = (5)^{7}$

$\dfrac{5^{16}+5^{x}}{5^{x}+5^{2}} = 5^{7}$

$5^{16} + 5^{x} = 5^{7}\,.\,5^{x} + 5^{7}\,.\,5^{2}$

$5^{16} - 5^{9} = 5^{x}(5^{7} - 1)$

$5^{9}(5^{7} - 1) = 5^{x}(5^{7} - 1)$

$5^{9} = 5^{x}$

$\therefore\ x = 9$

Clave B

13 Sea: $E = \dfrac{A}{B}$

$(A)^{2} = \left(\sqrt{2\,.\sqrt{2\,.\sqrt{2\,...\infty}}}\right)^{2}$; $(B)^{3} = \left(\sqrt[3]{\dfrac{81}{\sqrt[3]{\dfrac{81}{\sqrt[3]{\dfrac{81}{\vdots\ \infty}}}}}}\right)^{3}$

$(A)^{2} = 2\underbrace{\sqrt{2\,.\sqrt{2\,.\sqrt{2...\infty}}}}_{A}$; $B^{3} = \dfrac{81}{\underbrace{\sqrt[3]{\dfrac{81}{\sqrt[3]{\dfrac{81}{\vdots\ \infty}}}}}_{B}}$

$A^{2} = 2A$

$A^{2} - 2A = 0$

$A(A - 2) = 0;\ A \neq 0$

$\Rightarrow\ A = 2$

$B^{3} = \dfrac{81}{B}$

$B^{4} = 81$

$\Rightarrow B = 3$

$\therefore\ E = \dfrac{2}{3}$

Clave E

14 Se eleva al cuadrado ambos miembros y se observa que se repite la expresión E.

$(E)^{2} = \left(\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...\infty}}}}\right)^{2}$

$E^{2} = 6 + \underbrace{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...\infty}}}}}_{E}$

$E^{2} = 6 + E$

$E^{2} - E - 6 = 0$

$E \quad -3$

$E \quad +2$

$E = 3\ \lor\ E = -2$

Como $E > 0$

$\therefore\ E = 3$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 172)

1 $A = \left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{8}\right)^{\frac{-1}{3}}$

$A = \left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{-1}{3}}$

$A = 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$

$\therefore\ A = 2$

Clave E

2 $E = (4 + 9 + 16 + 7)^{\frac{1}{2}}$

$E = (36)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36}$ $\quad\therefore\ E = 6$

Clave B

3 $C = \left[2\,.\,\dfrac{1}{9} + \dfrac{2}{27}\right]^{\frac{1}{3}} + \dfrac{1}{3}$

$C = \left(\dfrac{2}{9} + \dfrac{2}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + \dfrac{1}{3}$

$C = \left(\dfrac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + \dfrac{1}{3}$

$C = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3}$ $\quad\therefore\ C = 1$

Clave A



4 $B = \dfrac{2.(3^2.2^2)^2(3.2.7)^3}{3.(2^2.7)^3.(3^3.2)^2}$

$B = \dfrac{2.3^4.2^4.3^3.2^3.7^3}{3.2^6.7^3.3^6.2^2}$

$B = \dfrac{2^8.3^7.7^3}{2^8.3^7.7^3} = 2^{8-8}.3^{7-7}.7^{3-3} = 2^0.3^0.7^0$

$\therefore\ B = 1.1.1 = 1$

Clave C

5 Simplificamos:

$\dfrac{5^x.5+5^x.5^2+5^x.5^3}{5^x.5^2}$

$\dfrac{5^x(5+5^2+5^3)}{5^x.5^2} \Rightarrow 5^{1-2}+5^{2-2}+5^{3-2}$

$5^1+1+5 = \dfrac{1}{5}+6 = \dfrac{1+30}{5}$

$\therefore$ Simplificando obtenemos: $\dfrac{31}{5}$

Clave D

6 Simplificamos:

$\dfrac{2^n.2^3+2^n.2^2-2^n.2}{2^n.2^2+2^n}$

$\dfrac{2^n.(2^3+2^2-2)}{2^n(2^2+1)} \Rightarrow \dfrac{8+4-2}{4+1} = \dfrac{10}{5}$

$\therefore$ Simplificando obtenemos: 2

Clave E

7 $\dfrac{2.3^n.3+3.2^n.2}{3^n.3+3.2^n}$

$\dfrac{6.3^n+6.2^n}{3.3^n+3.2^n} \Rightarrow \dfrac{6(3^n+2^n)}{3(3^n+2^n)}$

$\therefore$ Simplificando obtenemos: 2

Clave A

8 Efectuamos:

$81^{8^{-9^{-2^{-1}}}} = 81^{8^{-9^{-1/2}}} = 81^{8^{-(1/9)^{1/2}}}$

$= 81^{8^{-1/3}} = 81^{(1/8)^{1/3}} = 81^{1/2} = \sqrt{81}$

$\therefore$ Al efectuar obtenemos: 9

Clave C

9 Simplificamos:

$\sqrt[3]{8.x^3}+\sqrt[5]{32.x^5} \Rightarrow \sqrt[3]{(2x)^3}+\sqrt[5]{(2.x)^5}$

$2x+2x$

$\therefore$ Simplificando obtenemos: 4x

Clave A

NIVEL 2 (página 172)

10 $\left[\dfrac{5.2(2^a)-5(2^a.2^{-1})}{3.2.2^a.2+3.2^a}\right]^{-1}$

$\left[\dfrac{5.2.2^a-5.2^a.2^{-1}}{3.2.2^a.2+3.2^a}\right]^{-1} \Rightarrow \left[\dfrac{2^a(5.2-5.2^{-1})}{2^a(3.2.2+3)}\right]^{-1}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{10-\frac{5}{2}}{15}\right)^{-1} = \left(\dfrac{15}{2.15}\right)^{-1}$

$\therefore$ Reduciendo: 2

Clave D

11 $\dfrac{(a^{2n-1})^4.(b^{3n+2})^5}{a^{8n-6}.b^{15+8}} \Rightarrow \dfrac{a^{8n-4}.b^{15n+10}}{a^{8n-6}.b^{15n+8}}$

$= a^{(8n-4)-(8n-6)}.b^{(15n+10)-(15n+8)}$

$= a^{6-4}.b^{10-8} \Rightarrow a^2.b^2$

$\therefore$ Obtenemos: $(ab)^2$

Clave E

12 Reduciendo:

$\sqrt[3a]{\dfrac{5^{4a}}{\sqrt[a+2]{5^{a^2+2a}}}} = \left(\dfrac{5^{4a}}{5^{\frac{a(a+2)}{(a+2)}}}\right)^{1/3a}$

$= \left(\dfrac{5^{4a}}{5^a}\right)^{1/3a} = (5^{3a})^{1/3a}$

$\therefore$ Reduciendo obtenemos: 5

Clave B

13 Reduciendo:

$\sqrt[a+1]{\dfrac{(3^2.5.2)^{a+1}.2}{3^{2a+2}+(3^2)^{a+1}}}$

$= \sqrt[a+1]{\dfrac{3^{2a+2}.5^{a+1}.2^{a+1}.2}{2.3^{2a+2}}} = \sqrt[a+1]{10^{a+1}}$

$\therefore$ Obtenemos: 10

Clave B



14 Reduciendo:

$$A = 16^{8^{-27^{-9^{-4^{-2^{-1}}}}}} = 16^{8^{-27^{-9^{-4^{-1/2}}}}}$$

$$= 16^{8^{-27^{-9^{-1/2}}}} = 16^{8^{-27^{-1/3}}} = 16^{8^{-1/3}}$$

$$= 16^{1/2} = \sqrt{16}$$

$\therefore$ A = 4

Clave A

15 $$\frac{(3^2 . 2^3)^2 . (7 . 3)^3 . (7 . 2^2)^2 (3^4)}{(2^2 . 3 . 7) . (3^2 . 7)^4 . (2^4 . 3)^2}$$

$$= \frac{3^4 . 2^6 . 7^3 . 3^3 . 7^2 . 2^4 . 3^4}{2^2 . 3 . 7 . 3^8 . 7^4 . 2^8 . 3^2}$$

$$= \frac{2^{10} . 3^{11} . 7^5}{2^{10} . 3^{11} . 7^5} = 2^{10-10} . 3^{11-11} . 7^{5-5} = 2^0 . 3^0 . 7^0$$

$\therefore$ Reduciendo: 1 . 1 . 1 = 1

Clave A

16 Simplificando:

$$\sqrt{x\sqrt[3]{x^5\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^2}}}} = \sqrt{x\sqrt[3.3.2]{x^{(5.3+2).2+2}}}$$

$$= \sqrt{x\sqrt[18]{x^{36}}}$$

$$= \sqrt{x . x^{36/18}}$$

$$= \sqrt{x . x^2}$$

$$= \sqrt{x^3} = x^{3/2}$$

$\therefore$ El exponente final es: 3/2

Clave C

17 Dato: $2 = 5^x$

Luego: $125^{x+1} = (5^3)^{x+1}$

$$= (5^{x+1})^3$$

$$= (5^x . 5)^3$$

$$\downarrow$$

$$= (2 . 5)^3$$

$$= 10^3$$

$\therefore$ Obtenemos: 1000

Clave E

18 Dato: $3^a = 81$

$$E = \frac{(3^2)^{a+2} . 3^3}{(3^3)^a} = \frac{(3^{a+2})^2 . 3^3}{(3^a)^3}$$

$$E = \frac{(3^a . 3^2)^2 . 3^3}{(3^a)^3} = \frac{(81 . 3^2)^2 . 3^3}{81^3}$$

$$E = \frac{(3^4 . 3^2)^2 . 3^3}{(3^4)^3} = \frac{3^{12} . 3^3}{3^{12}}$$

$\therefore$ E = 27

Clave C

NIVEL 3 (página 173)

19 Simplificando:

$$E = \frac{3^{a^b} . 3^4 - 2 . 3^{a^b} . 3^3 + 4 . 3^{a^b} . 3}{5 . 3^{a^b} . 3 - 2 . 3a^b}$$

$$E = \frac{3^{a^b}(3^4 - 2 . 3^3 + 4 . 3)}{3^{a^b}(5 . 3 - 2)}$$

$$E = \frac{81 - 54 + 12}{13}$$

$$E = \frac{39}{13}$$

$\therefore$ E = 3

Clave A

20 Dato: $7^b = 5^{a+1}$

$$H = \frac{5^a + (5^{a+1})}{5^a - (5^{a+1})}$$

$$H = \frac{5^a + 5^a . 5}{5^a - 5^a . 5}$$

$$H = \frac{5^a(1 + 5)}{5^a(1 - 5)}$$

$$\therefore\ H = -\frac{3}{2}$$

Clave D

21

$$\sqrt{3\sqrt{3^{2x}\sqrt{3^{1}\sqrt{3^{2x}}}}}=3^{5}$$

$$\sqrt{3\,.\sqrt[2.2.2]{3^{(2x\;.\,2+1)2+2x}}}=3^{5}$$

$$\sqrt{3\sqrt[8]{3^{10x+2}}}=3^{5}$$

$$\sqrt{3^{1}\,.\,3^{\frac{10x+2}{8}}}=35$$

$$\sqrt{3^{\frac{8+10x+2}{8}}}=3^{5}$$

$$3^{\frac{10+10x}{16}}=3^{5}$$

$$\Rightarrow \frac{10+10x}{16}=5$$

$$10+10x=80$$

$$10x=70$$

$$\therefore\; x=7$$

Clave B

22 $E=\sqrt[n]{n^{n}\,.\sqrt[n]{n^{n^{2}}\,.\sqrt[n]{n^{n^{3}}}}}$

$$E=\sqrt[n.n.n]{n^{(n.n+n^{2}).n+n^{3}}}$$

$$E=\sqrt[n^{3}]{n^{2n^{3}+n^{3}}}$$

$$E=\sqrt[n^{3}]{n^{3n^{3}}}$$

$$\therefore\; E=n^{3}$$

Clave D

23 $a^{b}=b^{a}$ ... (1)

$a^{b}=a^{a-b}$

$\Rightarrow\; b=a-b$

$a=2b$ ... (2)

Reemplazando (2) en (1):

$(2b)^{b}=b^{(2b)}$

$2^{b}\,.\,b^{b}=b^{b}\,.\,b^{b}$

$2^{b}=b^{b}$

$\Rightarrow\; b=2$

$\Rightarrow\; a=4$

$\therefore\; a+b=6$

Clave A

24 Dato: $b^{b^{b}}=2$

$$P=b^{b^{b}+b^{b+b^{b+b^{b}}}}=b^{b^{b}}\,.\,b^{b^{b+b^{b+b^{b}}}}$$

$$P=b^{b^{b}}\,.\,b^{b^{b}\,.\,b^{b^{b+b^{b}}}}=b^{b^{b}}\,.\,b^{b^{b}\,.\,b^{b}\,.\,b^{b^{b}\,.\,b^{b^{b}}}}$$

$$P=2\,.\,b^{b^{b}\,.\,b^{b^{b}}\,.\,2}$$

$$P=2\,.\,b^{b^{b}\,.\left(b^{b^{b}}\right)^{2}}=2\,.\,b^{b^{b}\,.\,2^{2}}$$

$$P=2\,.\left(b^{b^{b}}\right)^{2^{2}}=2\,.\,(2)^{2^{2}}=2\,.\,(2)^{4}$$

$$\therefore\; P=32$$

Clave C

25

$$27^{9^{-a^{-2^{-2}}}}=3$$

$$\left(3^{3}\right)^{9^{-a^{-2^{-2}}}}=3^{1}$$

$$3^{3\,.\,9^{-a^{-2^{-2}}}}=3^{1}$$

$$\Rightarrow 3\,.\left(3^{2}\right)^{-a^{-2^{-2}}}=1$$

$$3^{-2\,.\,a^{-2^{-2}}}=3^{-1}$$

$$\Rightarrow -2\,.\,a^{-2^{-2}}=-1$$

$$a^{-2^{-2}}=2^{-1}$$

$$a^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}=2^{-1}$$

$$\left(a^{-\frac{1}{4}}\right)^{-4}=\left(2^{-1}\right)^{-4}$$

$$\Rightarrow\; a=2^{4}$$

$$\therefore\; a=16$$

Clave E

26 $(T)^{3}=\left(\sqrt[3]{\dfrac{x^{16}}{T}}\right)^{3}$

$$T^{3}=\frac{x^{16}}{T}$$

$$T^{3+1}=x^{16}$$

$$\left(T^{4}\right)^{1/4}=\left(x^{16}\right)^{1/4}$$

$$\therefore\; T=x^{4}$$

Clave A

27 $(R)^{3}=\left(\sqrt[3]{24+R}\right)^{3}$

$$R^{3}=24+R$$

$$R\left(R^{2}-1\right)=3\,.\left(3^{2}-1\right)$$

Comparando hallamos el valor de R:

$\therefore\; R=3$

Clave D

28

$$A=x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}\!\!\!\!/ A\Rightarrow A=x^{A}\Rightarrow x=A^{A^{-1}}$$

$$B=y^{y^{y^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}\!\!\!\!/ B\Rightarrow B=y^{B}\Rightarrow y=B^{B^{-1}}$$

Piden:

$$x^{y}=\left(A^{A^{-1}}\right)^{B^{B^{-1}}}$$

$$x^{y}=A^{A^{-1}\,.\,B^{B^{-1}}}$$

Dato: $A=B^{B^{-1}}$

$$\Rightarrow x^{y}=A^{A^{-1}\,.\,A}$$

$$x^{y}=A^{A^{0}}$$

$$x^{y}=A^{1}$$

$$\therefore x^{y}=A$$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 179)

1 Aplicando binomio al cuadrado:

$(x+y)^2 = 4xy$
$x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$
$x^2 - 2xy + y^2 = 0$
$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$

Nos piden:

$C = \frac{8x+7y}{4x+y} = \frac{8x+7x}{4x+x} = \frac{15x}{5x} = 3$

$\therefore C = 3$

Clave B

2 Aplicando identidad de Legendre:

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
$5^2 - 1^2 = 4ab$
$25 - 1 = 4ab$
$24 = 4ab$
$\therefore ab = 6$

Clave C

3 Si: $x^2 + y^2 = 9 \wedge xy = 8$

Aplicando binomio al cuadrado:

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
$(x+y)^2 = 9 + 2(8)$
$(x+y)^2 = 25$
$\therefore x + y = 5$

Clave E

4 Aplicando diferencia de cuadrados sucesivamente:

$L = \underbrace{(x+y)(x-y)}(x^2+y^2)(x^4+y^4) + y^8$
$L = \underbrace{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}(x^4+y^4) + y^8$
$L = \underbrace{(x^4-y^4)(x^4+y^4)} + y^8$
$L = x^8 - y^8 + y^8$
$\therefore L = x^8$

Clave D

5 I. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
$\Longleftrightarrow a + b + c = 0$ (F)

II. $(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b)b^3$ (V)

III. $\left(2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$
$= \left(2\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)$
$= 8 - 3 = 5$ (V)

Clave C

6 Efectuamos:

$R = \left(\sqrt{8+2\sqrt{15}}\right)\left(\sqrt{8-2\sqrt{15}}\right)$

$R = \left(\sqrt{\sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{3} + \sqrt{3}^2}\right)\left(\sqrt{\sqrt{5}^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{3}^2}\right)$

$R = \left(\sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}\right)\left(\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}\right)$

$R = \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

$R = \left(\sqrt{5}^2\right) - \left(\sqrt{3}^2\right)$

$R = 5 - 3$

$\therefore R = 2$

Clave D

7 Elevamos al cuadrado el dato:

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$

$x^2 + 2x\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 25$

$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$

Clave D

8 Elevamos al cubo el dato:

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 4^3$

$x^3 + 3x\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3} = 64$

$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \, . \, 4 = 64$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 64 - 12$

$\therefore x^3 + x^{-3} = 52$

Clave B

9 Dato: $\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{x^2-y^2} = y^2$

Pasamos un radical al otro lado y elevamos al cuadrado:

$\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 = \left(y^2 - \sqrt{x^2-y^2}\right)^2$

$x^2 + y^2 = y^4 - 2y^2\sqrt{x^2-y^2} + x^2 - y^2$

$2y^2 = y^4 - 2y^2\sqrt{x^2-y^2}$

$2 = y^2 - 2\sqrt{x^2-y^2}$

$2\sqrt{x^2-y^2} = y^2 - 2$ ...(1)

Nos piden:

$E = \sqrt{x^2+y^2} - \sqrt{x^2-y^2}$

Reemplazando:

$E = \left(y^2 - \sqrt{x^2-y^2}\right) - \sqrt{x^2-y^2}$

$E = y^2 - 2\sqrt{x^2-y^2}$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$E = y^2 - (y^2 - 2)$

$\therefore E = 2$

Clave A

10 Del enunciado planteamos:

$m\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = \left(x^4 - \frac{1}{x^4}\right)$

$m\left(\frac{x^4-1}{x^2}\right) = \left(\frac{x^8-1}{x^4}\right)$

$m = \frac{(x^8-1)}{x^4-1} \cdot \frac{x^2}{x^4}$

$m = \frac{(x^4-1)(x^4+1)}{(x^4-1)} \cdot \frac{1}{x^2}$

$m = \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2}$

$\therefore m = x^2 + \frac{1}{x^2}$

Clave D

11 Dato: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{x+y}$

$\frac{y+x}{x \, . \, y} = \frac{4}{x+y}$

$(x+y)^2 = 4xy$

$x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$

$x^2 - 2xy + y^2 = 0$

$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$

Piden:

$S = \frac{x^2+y^2}{xy} + \frac{x+3y}{2x}$

$S = \frac{x^2+x^2}{xx} + \frac{x+3x}{2x}$

$S = \frac{2x^2}{x^2} + \frac{4x}{2x}$

$\therefore S = 4$

Clave C



12 Dato: $x^2 - 3x + 1 = 0$

Al cuadrado: $(x^2 + 1)^2 = (3x)^2$

$x^4 + 2x^2 + 1 = 9x^2$

Entre x^2: $x^4 + 1 = 7x^2$

$$\frac{x^4+1}{x^2} = \frac{7x^2}{x^2}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

Nos piden: $J = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$

$J = (7) - 2$

$\therefore J = 5$

Clave D

13 Sabemos que si: $a + b + c = 0$

$\Rightarrow (a + b)(b + c)(c + a) = -abc$

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Nos piden:

$$J = \frac{a^3+b^3+c^3}{(a+b)(a+c)(b+c)}$$

$$J = \frac{3abc}{-abc}$$

$\therefore J = -3$

Clave A

14 Identidad de Gauss:

$(a + b)(b + c)(c + a) + abc$

$= (ab + ac + bc)(a + b + c)$

$(a + b + c)^3$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b + c)(ab + ac + bc) - 3abc$

Si: $a + b + c = 1$

$\Rightarrow (a + b)(b + c)(c + a)$

$= (ab + ac + bc) - abc$ ...(1)

$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3$

$= 1 + 3abc - 3(ab + ac + bc)$ ...(2)

Dato:

$a^3 + b^3 + c^3$

$= 2(a + b)(b + c)(a + c)$ ...(3)

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$1 + 3abc - 3(ab + ac + bc)$

$= 2[(ab + ac + bc) - abc]$

$1 + 3abc - 3(ab + ac + bc)$

$= 2(ab + ac + bc) - 2abc$

$1 + 5abc = 5(ab + ac + bc)$ ...(4)

Nos piden:

$$M = \frac{1+5abc}{ab+ac+bc} \quad ...(5)$$

Reemplazando (4) en (5):

$$M = \frac{5(ab+ac+bc)}{(ab+ac+bc)}$$

$\therefore M = 5$

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 181)

1 Reducimos:

$F = (x + 5)^2 + (x + 3)^2 - 2(x + 4)^2 + 1$

$F = x^2 + 10x + 25 + x^2 + 6x + 9 - 2x^2 - 16x - 32 + 1$

$F = 2x^2 - 2x^2 + 16x - 16x + 35 - 32$

$\therefore F = 3$

Clave E

2 Reducimos:

$$m = \frac{(3x+2)^2-(2x+3)^2}{5}$$

$$m = \frac{(3x+2+2x+3)(3x+2-2x-3)}{5}$$

$$m = \frac{(5x+5)(x-1)}{5}$$

$$m = \frac{5(x+1)(x-1)}{5}$$

$\therefore m = x^2 - 1$

Clave C

3 Simplificamos:

$$H = \frac{(5x+3y)^2-(5x-3y)^2}{12xy}$$

$$H = \frac{(5x+3y+5x-3y)(5x+3y-5x+3y)}{12xy}$$

$$H = \frac{(10x).(6y)}{12xy}$$

$$H = \frac{60xy}{12xy}$$

$\therefore H = 5$

Clave A

4 Simplificamos:

$$E = \frac{(1+xy)^2-(x+y)^2}{1-x^2}$$

$$E = \frac{(1+xy+x+y)(1+xy-x-y)}{(1-x)(1+x)}$$

$$E = \frac{(1+y)(1+x)(1-y)(1-x)}{(1-x)(1+x)}$$

$\therefore E = 1 - y^2$

Clave E

5 Efectuamos:

$$E = \sqrt{1+\left(\frac{x^4-1}{2x^2}\right)^2}$$

$$E = \sqrt{\frac{4x^4+(x^4)^2-2x^4+1}{4x^4}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(x^4)^2+2x^4+1}{4x^4}}$$

$$E = \sqrt{\frac{(x^4+1)^2}{(2x^2)^2}}$$

Sacamos raíz cuadrada:

$$\therefore E = \frac{x^4+1}{2x^2} = \frac{1}{2}(x^2+x^{-2})$$

Clave A

6 Efectuamos:

$L = (\sqrt[3]{3}+1)(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1)$

$L = (\sqrt[3]{3}+1)((\sqrt[3]{3})^2-\sqrt[3]{3}.1+1^2)$

Por propiedad de suma de cubos:

$L = (\sqrt[3]{3})^3 + 1^3$

$\therefore L = 3 + 1 = 4$

Clave D

7 Efectuamos:

$$N = \frac{(x+y)^3+(x-y)^3}{x^{2+3y^2}}$$

$$N = \frac{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}{x^2+3y^2}$$

$$N = \frac{2x^3+6xy^2}{x^2+3y^2}$$

$$N = 2x\frac{(x^2+3y^2)}{(x^2+3y^2)}$$

$\therefore N = 2x$

Clave C



8 Efectuamos:

$R = (\sqrt{m}+\sqrt{n})^2 - (\sqrt{m}-\sqrt{n})^2$

$R = (\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n}-\sqrt{m}+\sqrt{n})$

$R = (2\sqrt{m})(2\sqrt{n})$

$\therefore\ R = 4\sqrt{mn}$

Clave D

9 $(x-3y)^2 - 4y(2y-x)+8$

$x^2-6xy+9y^2-8y^2+4xy+8$

$x^2-2xy+y^2+8$

$(x-y)^2+8$

$\downarrow$

$(8)^2+8$

$\therefore\ 72$

Clave E

10 Datos: $a^2+b^2=24$

$ab=8$

Sabemos:

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2\underline{ab}$

$24 + 2\,.\,8$

$\therefore\ (a+b)^2 = 40$

Clave C

NIVEL 2 (página 182)

11 Datos: $a+b=5$

$ab=2$

$\Rightarrow (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$5^2 = a^2+b^2+2\,.\,2$

$a^2+b^2=21$

$\Rightarrow\ (a+b)^3 = a^3+3ab\,(a+b)+b^3$

$5^3 = a^3+b^3+3\,.\,2\,.\,(5)$

$a^3+b^3=95$

Nos piden:

$\dfrac{a^2+b^2}{a^3+b^3+10} = \dfrac{21}{95+10} = \dfrac{21}{105}$

$\therefore\ 0{,}2$

Clave A

12 $a(a^2+3b^2) = b(b^2+3a^2)+8$

$a^3+3ab^2 = b^3+3a^2b+8$

$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=8$

$(a-b)^3 = 2^3$

$\therefore\ a-b=2$

Clave B

13 $E = \sqrt{(x+y)^2-4xy}$; $x>y>0$

$E = \sqrt{x^2+y^2+2xy-4xy}$

$E = \sqrt{x^2-2xy+y^2}$

$E = \sqrt{(x-y)^2}$; $x-y>0$

$\therefore\ E = x-y$

Clave D

14 Dato:

$a+b=4$

$ab=2$

Elevando al cuadrado:

$(a+b)^2 = 4^2$

$a^2+b^2+2ab=16$

$\downarrow$

$a^2+b^2+2\,.\,2=16$

$\therefore\ a^2+b^2=12$

Clave A

15 Simplificamos:

$E = 2y^2+2xy+\sqrt{(x^2+y^2)^2-(2xy)^2}$

$E = 2y^2+2xy+\sqrt{(x^2)^2+2x^2y^2+(y^2)^2-4xy^2}$

$E = 2y^2+2xy+\sqrt{(x^2)^2-2x^2y^2+(y^2)^2}$

$E = 2y^2+2xy+\sqrt{(x^2-y^2)^2}$

$E = 2y^2+2xy+x^2-y^2$

$E = y^2+2xy+x^2$

$E = (y+x)^2$

$\therefore \sqrt{E} = x+y$

Clave C

16 Dato: $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2 = 3$

$\Rightarrow\ a+\dfrac{1}{a} = \sqrt{3}$

Elevando al cubo:

$a^3+3a\left(a+\dfrac{1}{a}\right)+\dfrac{1}{a^3} = (\sqrt{3})^3$

$a^3+3\,.\,(\sqrt{3})+\dfrac{1}{a^3} = 3\sqrt{3}$

$a^3+\dfrac{1}{a^3} = 3\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$\therefore\ a^3+\dfrac{1}{a^3}=0$

Clave E

17 Dato: $x+y=12$

$xy=4$

Sabemos:

$(x+y)^2-(x-y)^2 = 4xy$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$(12)^2-(x-y)^2 = 4\,.\,4$

$(x-y)^2 = 144-16$

$\therefore\ (x-y)^2=128$

Clave D

18 Efectuamos:

$E = (\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{2})\left((\sqrt[3]{10})^2+\sqrt[3]{10}\,.\sqrt[3]{2}+(\sqrt[3]{2})^2\right)$

Diferencia de cubos:

$E = (\sqrt[3]{10})^3-(\sqrt[3]{2})^3$

$E = 10-2$

$\therefore\ E=8$

Clave A

19 Calculamoso el valor de m:

$(x+3)^2 = x^2+mx+9$

$x^2+6x+9 = x^2+mx+9$

$6x = mx$

$\therefore\ m=6$

Clave D

20 Datos: $a+b=-4$

$ab=-3$

Elevamos al cuadrado la primera expresión:

$(a+b)^2 = (-4)^2$

$a^2+b^2+2ab=16$

$a^2+b^2+2(-3)=16$

$a^2+b^2=22$

Nos piden:

$\sqrt{a^2+b^2-6} = \sqrt{22-6} = 4$

Clave C

NIVEL 3 (página 182)

21 Dato: $a+b=25$

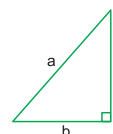
$a^2=5^2+b^2$

$a^2-b^2=25$

$(a-b)(a+b)=25$

$(a-b)\,.\,25=25$

$\therefore\ a-b=1$



Clave D



22 Observamos que:

$a + b + c = 0$

Se cumple que:

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

Nos piden:

$$E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{12abc} = \frac{3abc}{12abc}$$

$\therefore\ E = 0,25$

Clave E

23 Dato: $\frac{x+1}{x} = -2$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (-2)^2$$

$$x^2 + 2x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$\Rightarrow (x + \frac{1}{x})^3 = (-2)^3$$

$$x^3 + 3x.\frac{1}{x}\ .\ \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x^3} = -8$$

$$x^3 + 3\ .\ (-2) + \frac{1}{x^3} = -8$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = -2$$

$$\therefore\ x^2 + \frac{1}{x^2} + x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= (2) + (-2) = 0$$

Clave C

24 Dato: $b^2 + 1 = 6b$

Elevamos al cuadrado:

$$(b^2 + 1)^2 = (6b)^2$$

$$(b^2)^2 + 2b^2 + 1 = 36b^2$$

$$b^4 + 1 = 36b^2 - 2b^2$$

$$b^4 + 1 = 34b^2$$

Nos piden: $\frac{b^4 + 1}{b^2} = \frac{34b^2}{b^2}$

$$\therefore\ \frac{b^4 + 1}{b^2} = 34$$

Clave B

25 Del enunciado planteamos:

$a - b = \sqrt[3]{3}$

$ab = \sqrt[3]{9}$

Elevamos al cuadrado la primera expresión:

$$(a - b)^2 = \left(\sqrt[3]{3}\right)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = \sqrt[3]{9}$$

$$a^2 + b^2 = \sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{9}$$

$$a^2 + b^2 = 3\sqrt[3]{9}$$

Nos piden:

$$a^3 - b^3 = (a^2 + b^2 + ab)(a - b)$$

$$= \left(3\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{9}\right)\left(\sqrt[3]{3}\right)$$

$$= 4\sqrt[3]{9}\ .\sqrt[3]{3}$$

$$\therefore\ a^3 - b^3 = 4\sqrt[3]{27} = 4\ .\ 3 = 12$$

Clave D

26 Dato:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow\ xy + yz + xz = 0$$

Nos piden:

$$\frac{\sqrt{x^2 + xz + yx + yz}}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2 + (0)}}{x} = \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

Clave C

27
$$R = \frac{\sqrt{\sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}.\sqrt{2}}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 5$$

$$R = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 5$$

$$R = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 5$$

$$R = \frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)}.\frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)} - 5$$

$$R = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$R = 5 + 2\sqrt{6} - 5$$

$$\therefore\ R = 2\sqrt{6}$$

Clave D

28 Formamos la suma de cubos:

$$(m^5 + 5)(25 + m^{10} - 5m^5) - 125$$

$$(m^5 + 5)[(m^5)^2 - (5)\ .\ (m^5) + (5)^2] - 5^3$$

$$(m^5)^3 + 5^3 - 5^3$$

$$\therefore\ m^{15}$$

Clave C

29 Dato: $x^2 + 1 = 4x$

$$\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 4$$

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

Elevando al cubo:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 4^3$$

$$x^3 3x\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3} = 4^3$$

$$x^3 + 3\ .\ 4 + \frac{1}{x^3} = 64$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 64 - 12$$

$$\therefore\ x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$$

Clave E

30 Si: $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 0$

Se cumple:

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{y}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{z}\right)^3 = 3\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y}\sqrt[3]{z}$$

$$x + y + z = 3\sqrt[3]{xyz}$$

$$\Rightarrow \frac{x + y + z}{\sqrt[3]{xyz}} = 3$$

Nos piden:

$$\Rightarrow \left[\frac{x + y + z}{\sqrt[3]{xyz}}\right]^{4n} = 27^{n+2}$$

$$3^{4n} = (3^3)^{n+2}$$

$$3^{4n} = 3^{3n+6}$$

$$\Rightarrow\ 4n = 3n + 6$$

$$4n - 3n = 6$$

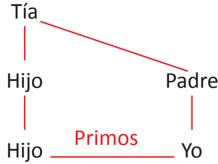
$$\therefore\ n = 6$$

Clave C

Relaciones de tiempo y parentesco

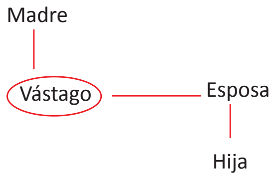
ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 187)

1 Realizando un esquema:



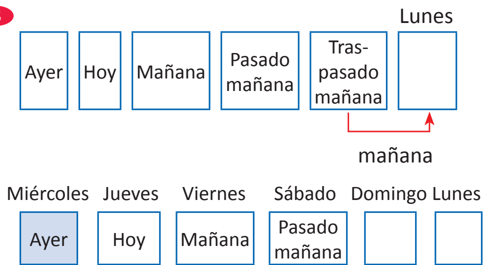
Clave B

2 Haciendo un esquema:



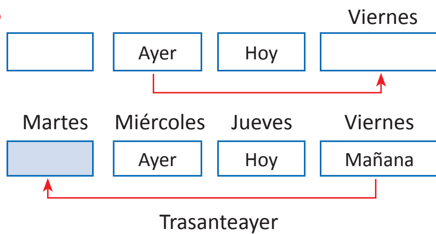
Clave D

3



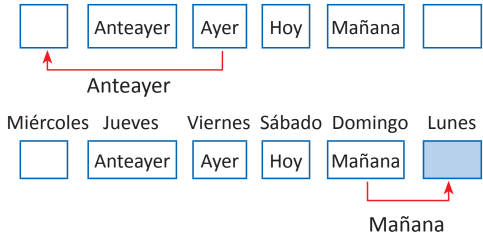
Clave C

4



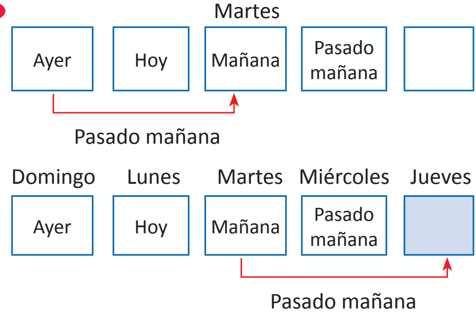
Clave D

5 Miércoles



Clave A

6



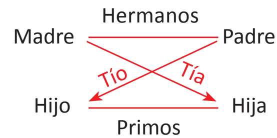
Clave E

7 A cada miembro le asignamos la mayor cantidad posible de relaciones familiares.



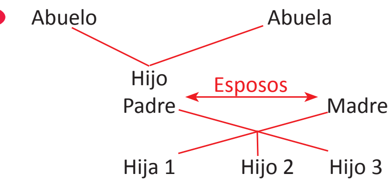
Clave A

8 Como no hay esposos, los hermanos, un hombre y una mujer deben ser el padre y la madre.



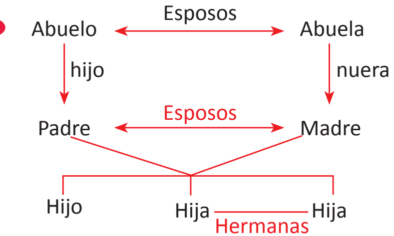
Clave B

9



Clave C

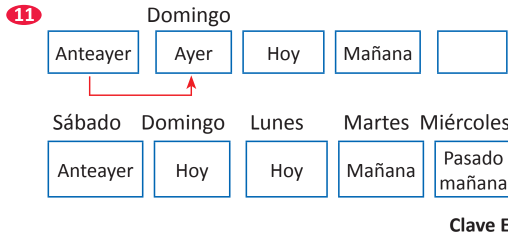
10



Clave D

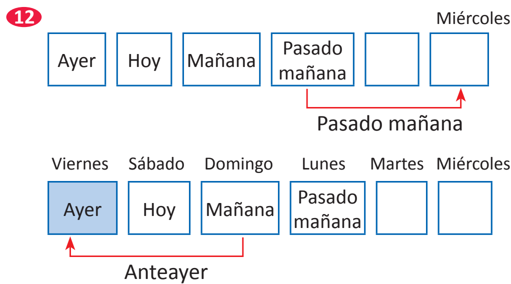


11



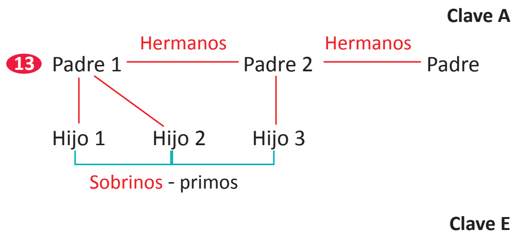
Clave E

12



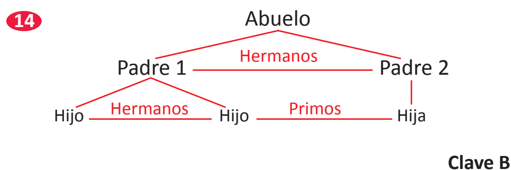
Clave A

13



Clave E

14

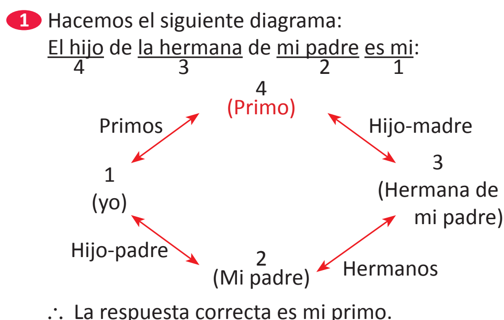


Clave B

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 189)

1 Hacemos el siguiente diagrama:

El hijo de la hermana de mi padre es mi:
4 3 2 1

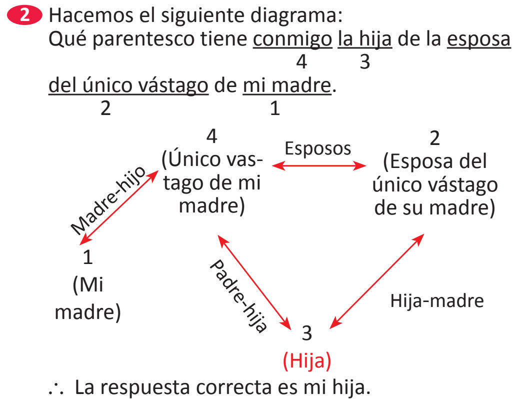


∴ La respuesta correcta es mi primo.

Clave C

2 Hacemos el siguiente diagrama:

Qué parentesco tiene conmigo la hija de la esposa del único vástago de mi madre.
4 3 2 1

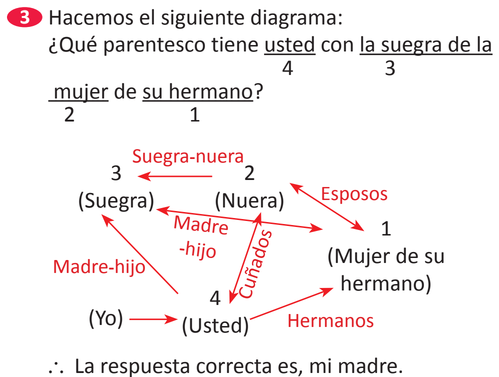


∴ La respuesta correcta es mi hija.

Clave D

3 Hacemos el siguiente diagrama:

¿Qué parentesco tiene usted con la suegra de la mujer de su hermano?
4 3 2 1



∴ La respuesta correcta es, mi madre.

Clave D

4 Analizando desde el final, tenemos:

- El padre de mi padre, es mi abuelo.
- La hija del padre de mi abuelo, es mi tía
- El único hermano de mi tía, es mi padre

∴ La respuesta correcta es mi padre.

Clave B

5 Analizando desde el final, tenemos:

- El único hermano de mi padre, es mi tío.
- El hijo de mi tío, es mi primo.
- El tío de mis primos; es mi padre.

∴ La respuesta correcta es mi padre.

Clave E

6 Analizando desde el final, tenemos:

- El único hermano de mi tía, es mi padre.
- El hijo del único hermano de mi tía, soy yo

∴ El hijo de mi abuelo es mi padre.

Clave E



7 Dato:
$-2 -1 + 2 =$ Lunes
$-1 =$ Lunes $\Rightarrow$ (Ayer fue lunes)
$\Rightarrow$ Hoy es martes
Nos piden: $+1$ (mañana)
$\therefore$ Mañana será miércoles.

Clave C

8 Dato: $+2 + 1 =$ Domingo
$+ 3 =$ Domingo $\Rightarrow$ Hoy es jueves
Nos piden: $-2 - 1 + 1 = -2$ (anteayer)
$\therefore$ Anteayer será martes.

Clave B

9 Dato: $+2 - 1 =$ Viernes
$+ 1 =$ Viernes $\Rightarrow$ Hoy es jueves
Nos piden: -1 (Ayer)
$\therefore$ Ayer fue miércoles.

Clave D

NIVEL 2 (página 189)

10 Dato: $+1 - 2 + 1 =$ Martes
$0 =$ Martes $\Rightarrow$ Hoy es martes
Nos piden: $+2$ (pasado mañana)
$\therefore$ Pasado mañana será jueves.

Clave A

11 Dato:
$-2 +1 =$ Miércoles
$-1 =$ Miércoles $\Rightarrow$ Hoy es jueves
Nos piden: $+2 - 1 + 2 = +3$
$\therefore$ Dentro de 3 días será domingo.

Clave E

12

Pasado mañana
+1 +1
Hoy Mañana Jueves

$\therefore$ Hoy es lunes.

Clave C

13 Dato:
$+1 + 3 =$ sábado
$+4 =$ sábado $\Rightarrow$ Hoy es martes
$\therefore$ Ayer fue lunes.

Clave B

14

Ayer Pasado mañana Mañana
Martes Hoy Jueves Viernes Sábado

$\therefore$ Ayer fue martes.

Clave D

15 Cualquier persona tendrá:

2 padres	<>	4	<>	8	<>	16
		Abuelos		Bisabuelos		Tatarabuelos

Tus bisabuelos son 8, pero cada uno de ellos tuvo 8 bisabuelos; luego los bisabuelos de tus bisabuelos serán: $8 \times 8 = 64$
$\therefore$ Tuvieron 64 bisabuelos.

Clave B

16 Cada hija tiene un único hermano.
(Ese hermano es común para los 8 hijos), luego:

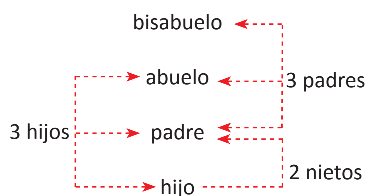
$8 + 1 + 2 = 11$

8 → 8 hijas; 1 → hijo varón; 2 → papá y mamá

$\therefore$ Hay 11 personas.

Clave C

17 Un bisabuelo a la vez es padre; un abuelo es también padre y a la vez hijo; un padre también es hijo y la vez nieto. El mínimo número de personas que comparten el almuerzo.



$\therefore$ El mínimo número de personas es 4.

Clave A

18

Abuelo viudo Abuela viuda
Padre ← esposos → Madre
2 hijas + 1 hijo

$\therefore$ El mínimo número de personas es 7.

Clave E



NIVEL 3 (página 190)

19 Dato: $+1 - 1 + 2 + 1 - 2 + 1 = +2$ (Pasado mañana)

∴ Equivale al pasado mañana.

Clave E

20 Dato: $-1 -2 +1$ = Jueves

-2 = jueves ⇒ Hoy es sábado

Nos piden: $+1 + 1 + 2 = +4$

∴ Sábado $+4$ = miércoles

Clave C

21 Dato:

$+3 + 1 - 2 + 1$ = Domingo

$+3$ = Domingo ⇒ Hoy es jueves

Nos piden: $-1 + 2 -4 = -3$

∴ Jueves $- 3$ = Lunes

Clave E

22 Dato: Hoy = $+1 + 2 - 2$ del lunes

Hoy = $+1$ del lunes

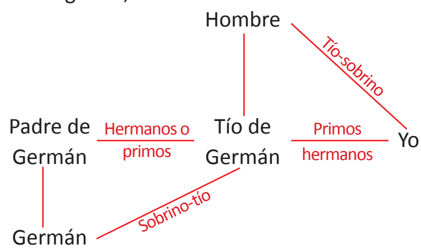
Hoy = Martes

Nos piden: $-1 + 1 + 2 - 2 - 1 + 1 = 0$ (hoy)

∴ Hoy es martes.

Clave B

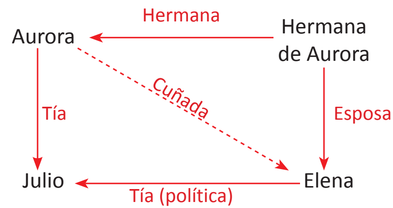
23 Del diagrama, tenemos:



∴ La relación es: sobrino-tío

Clave A

24



∴ Elena es tía política de Julio.

Clave B

25 Del enunciado se deduce:

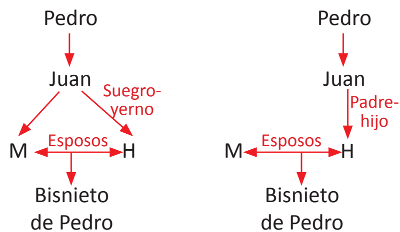
Mamá de Edith: mi hermana

Edith: mi sobrina

∴ El abuelo de la hermana gemela de Edith es, mi padre.

Clave A

26 Del diagrama, tenemos 2 posibilidades:



Donde: M:la madre del bisnieto de Pedro

H:el esposo de m

∴ La relación es: suegro-yerno o padre-hijo

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 199)

1 Por propiedad sabemos:

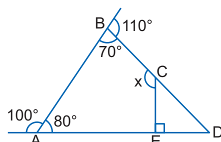
$$2\theta + 3\theta + \theta = 180°$$
$$6\theta = 180°$$
$$\theta = 30°$$

Además:

$$2\theta + x = 180°$$
$$2\,(30°) + x = 180°$$
$$x = 180° - 60°$$
$$\therefore x = 120°$$

Clave C

2



En el cuadrilátero ABCE:

$$80° + 70° + x + 90° = 360°$$
$$x = 360° - 240°$$
$$\therefore x = 120°$$

Clave A

3 En el triángulo ABC:

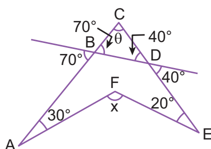
$$60° + \theta + \theta + 20° = 180°$$
$$\theta = 50°$$

En el triángulo DBC:

$$x + \theta + 20° = 180°$$
$$x + 50° + 20° = 180°$$
$$x = 180° - 70°$$
$$\therefore x = 110°$$

Clave B

4



En el triángulo BCD:

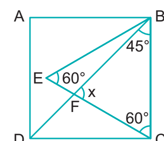
$$70° + 40° + \theta = 180°$$
$$\theta = 70°$$

En el cuadrilátero ACEF.

$$30° + \theta + 20° = x$$
$$30° + 70° + 20° = x$$
$$\therefore x = 120°$$

Clave E

5

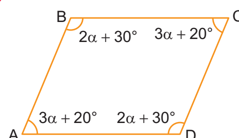


En el triángulo FBC:

$$x + 45° + 60° = 180°$$
$$x = 180° - 105°$$
$$\therefore x = 75°$$

Clave E

6



En el paralelogramo ABCD:

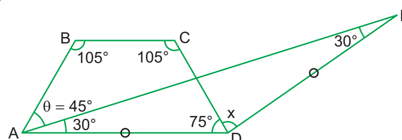
$$3\alpha + 20° + 2\alpha + 30° = 180°$$
$$5\alpha + 50° = 180°$$
$$5\alpha = 180° - 50°$$
$$5\alpha = 130°$$
$$\alpha = 26°$$

Además: $m\angle A = m\angle C$

$$\Rightarrow m\angle C = 3\alpha + 20°$$
$$m\angle C = 3(26°) + 20°$$
$$\therefore m\angle C = 98°$$

Clave D

7



En el trapecio isósceles ABCD:

$$m\angle B + m\angle A = 180°$$
$$105° + 30° + \theta = 180°$$
$$\theta = 45°$$

Además:

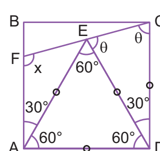
$$m\angle D = m\angle A$$
$$m\angle D = 75°$$

En el triángulo ADE:

$$30° + 75° + x + 30° = 180°$$
$$x = 180° - 135°$$
$$\therefore x = 45°$$

Clave A

8



En el triángulo isósceles ECD:

$$\theta + \theta + 30° = 180°$$
$$2\theta = 150°$$
$$\theta = 75°$$

Luego:

$$m\angle FEA + 60° + \theta = 180°$$
$$m\angle FEA + 60° + 75° = 180°$$
$$m\angle FEA = 45°$$

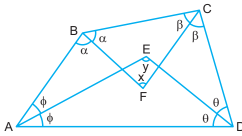
En el triángulo FEA:

$$x + m\angle FEA + 30° = 180°$$
$$x + 45° + 30° = 180°$$
$$\therefore x = 105°$$

Clave C



9



En el triángulo BFC:

$\alpha + \beta + x = 180°$

$\alpha + \beta = 180° - x$ ... (1)

En el triángulo AED:

$\phi + \theta + y = 180°$

$\phi + \theta = 180° - y$ ... (2)

En el cuadrilátero ABCD:

$2\phi + 2\alpha + 2\beta + 2\theta = 360°$

$\phi + \alpha + \beta + \theta = 180°$... (3)

Reemplazando (1), (2) en (3), tenemos.

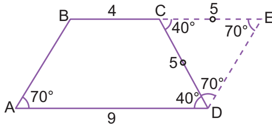
$180° - x + 180° - y = 180°$

$360° - 180° = x + y$

$\therefore x + y = 180°$

Clave B

10



En el paralelogramo ABED:

AD = BE

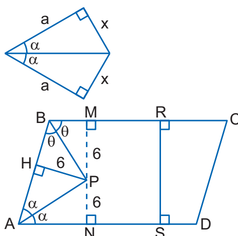
AD = 4 + 5

AD = 9

∴ AD = 9 u

Clave D

11 Propiedad:



⇒ PM = 6; PN = 6

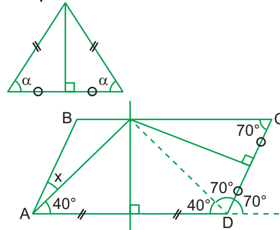
Luego: RS = MN

RS = 6 + 6

∴ RS = 12 cm

Clave C

12 Propiedad:



En el romboide ABCD:

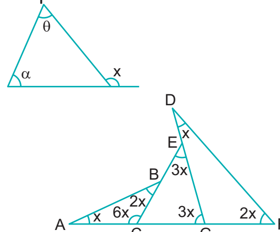
m∠A = m∠C

$x + 40° = 70°$

$\therefore x = 30°$

Clave B

13 Propiedad: $x = \alpha + \theta$



En el triángulo ABC:

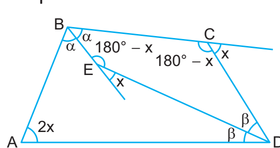
$x + 2x + 6x = 180°$

$9x = 180°$

$\therefore x = 20°$

Clave B

14 Propiedad: $x = \alpha + \theta$



En el cuadrilátero EBCD:

$\alpha + 180° - x + 180° - x + \beta = 360°$

$\alpha + \beta = 2x$

...(1)

En el cuadrilátero ABCD:

$2x + 2\alpha + 180 - x + 2\beta = 360°$

$2(\alpha + \beta) + x = 180°$

...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$2(2x) + x = 180°$

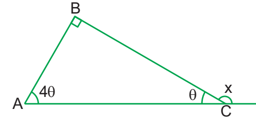
$5x = 180°$

$\therefore x = 36°$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO NIVEL 1 (página 201)

1



Del gráfico:

$5\theta = 90°$

$\theta = 18°$

$\theta + x = 180°$

$18 + x = 180°$

$x = 162°$

Clave C

2 Del gráfico:

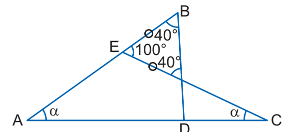
$x + 100° + 140° = 360°$

$x + 240° = 360°$

$\Rightarrow x = 120°$

Clave D

3



Del gráfico:

ΔAEC: $2\alpha = 100$

$\alpha = 50$

ΔABC: $\alpha + 40° + m\angle ADB = 180°$

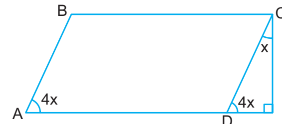
$50° + 40° + m\angle ADB = 180°$

$90° + m\angle ADB = 180°$

$m\angle ADB = 90°$

Clave B

4



Del gráfico:

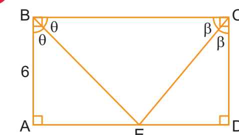
$x + 4x = 90°$

$5x = 90°$

$x = 18°$

Clave C

5

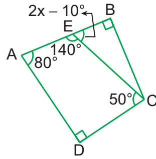




Del gráfico:
$2\theta = 90° \Rightarrow \theta = 45°$
$2\beta = 90° \Rightarrow \beta = 45°$
◺BAE: AB = AE = 6 cm
◺EDC: CD = ED = 6 cm
Luego: BC = AD = AE + ED
$= 6 + 6 = 12$ cm

Clave B

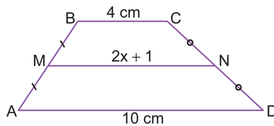
6



Del gráfico:
$2x - 10° + 140° = 180°$
$2x = 50°$
$\therefore x = 25°$

Clave A

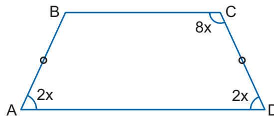
7



Por propiedad:
$$2x + 1 = \frac{10 + 4}{2}$$
$2x + 1 = 7$
$2x = 6$ $\therefore x = 3$ cm

Clave D

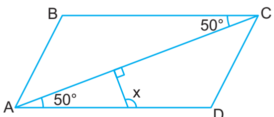
8



Del gráfico:
$2x + 8x = 180°$
$10x = 180°$
$x = 18°$

Clave A

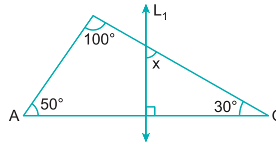
9



Del gráfico:
$x = 50° + 90°$
$x = 140°$

Clave E

10

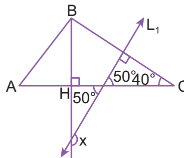


Del gráfico:
$x + 30° = 90°$
$x = 60°$

Clave C

NIVEL 2 (página 202)

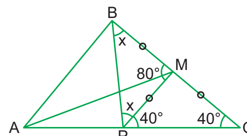
11



Del gráfico:
$x = 50° + 90°$
$x = 140°$

Clave A

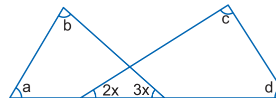
12



Del gráfico:
$x + x + 80° = 180°$
$2x + 80° = 180°$
$2x = 100°$ $\therefore x = 50°$

Clave B

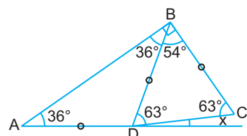
13



Del gráfico:
$$\left.\begin{aligned} a + b + 3x &= 180° \\ c + d + 2x &= 180° \end{aligned}\right\} (+)$$
$a + b + c + d + 5x = 360°$
$300° + 5x = 360°$
$5x = 60°$
$x = 12°$

Clave D

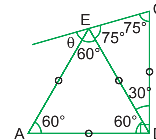
14



Del gráfico:
$x + 63° = 36° + 36°$
$x + 63° = 72°$
$x = 9°$

Clave E

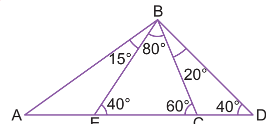
15



Del gráfico:
$\theta + 60° + 75° = 180°$
$\theta + 135° = 180°$
$\theta = 45°$

Clave A

16

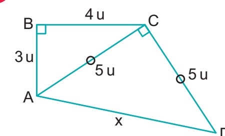


Del gráfico:
$m\angle ABC = 15° + 80°$
$= 95°$

Luego, el triángulo es obtusángulo.

Clave E

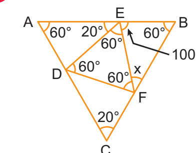
17



Del gráfico:
$x = 5\sqrt{2}$ u

Clave B

18

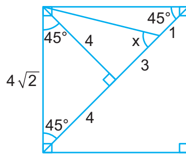


Del gráfico:
$x + 100° + 60° = 180°$
$x + 160° = 180°$
$x = 20°$

Clave A



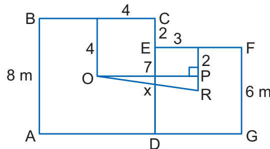
19



Del gráfico:
$x = 53°$

Clave C

20



Del gráfico:

$x^2 = 7^2 + 1^2$

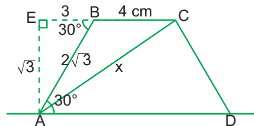
$x^2 = 50$

$x = 5\sqrt{2}$ m

Clave C

NIVEL 3 (página 203)

21



Del gráfico:

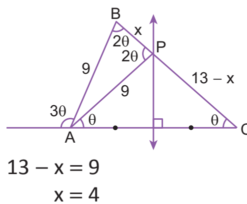
$x^2 = 7^2 + \sqrt{3}^2$

$x^2 = 52$

$x = 2\sqrt{13}$ cm

Clave C

22

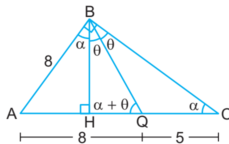


$13 - x = 9$

$x = 4$

Clave C

23



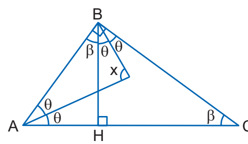
$\triangle$ ABQ $\Rightarrow$ isósceles

$\Rightarrow$ AQ = AB

$\therefore$ AC = 13

Clave B

24



$m\angle BAH = m\angle HBC$

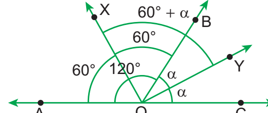
$x = 2\theta + \beta$

$x = 90°$

Clave D

25 Datos:

$m\angle AOB = 120°$, $\overrightarrow{OX}$ es bisectriz del $\angle AOB$ y $\overrightarrow{OY}$ es bisectriz del $\angle BOC$.



Del gráfico:

$120° + 2\alpha = 180°$

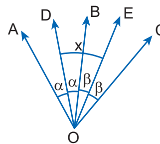
$2\alpha = 60° \Rightarrow \alpha = 30°$

$\therefore m\angle XOY = 60° + \alpha$

$= 60° + 30° = 90°$

Clave B

26



Por dato:

$m\angle AOE + m\angle DOC = 120°$

$2\alpha + \beta + \alpha + 2\beta = 120°$

$3(\alpha + \beta) = 120°$

$\alpha + \beta = 40°$

$\therefore m\angle DOE = x = \alpha + \beta = 40°$

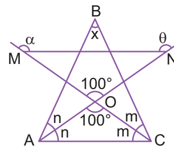
Clave A

27 Por propiedad:

$m\angle MON + 180° = \alpha + \theta$

$m\angle MON = 280° - 180°$

$m\angle MON = 100°$



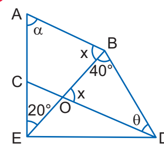
En el $\triangle$ACB:

$100° = 90° + \dfrac{x}{2}$

$\therefore x = 20°$

Clave A

28



$\overline{AB} // \overline{CD}$

$\alpha + \theta = 100°$

En el $\triangle$ AEB:

$20° + \alpha + x = 180°$

$\alpha + x = 160°$ ... (I)

En el $\triangle$BOD:

$40° + \theta + x = 180°$

$\theta + x = 140°$ ... (II)

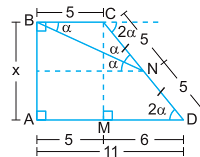
(I) + (II):

$\underbrace{\alpha + \theta}_{100°} + 2x = 300°$

$x = 100°$

Clave C

29



El $\triangle$BCN es isósceles, entonces:
CN = 5

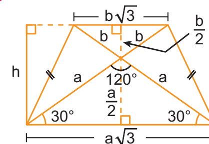
En el ⊿CMD:

$10^2 = 6^2 + x^2$

$x = 8$ cm

Clave B

30



Por dato:

$a\sqrt{3} + b\sqrt{3} = m$

$a + b = \dfrac{m}{\sqrt{3}}$

Del gráfico:

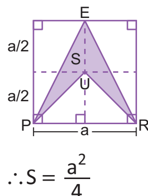
$h = \dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{2}$

$h = \dfrac{\frac{m}{\sqrt{3}}}{2} = \dfrac{m}{2\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{m\sqrt{3}}{6}$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 210)

1



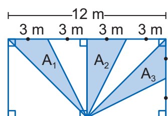
$$S = \frac{(PR)(EU)\text{sen}90°}{2}$$

$$S = \frac{a \cdot \frac{a}{2} \cdot 1}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$\therefore S = \frac{a^2}{4}$

Clave E

2

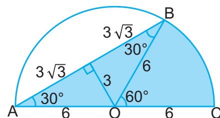


$$A_1 = A_2 = A_3 = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow A = 27\ m^2$$

Clave C

3



Sea S el área de la región sombreada:

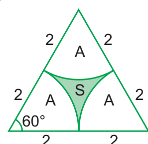
$S = A_{\triangle AOB} + A_{\triangle BOC}$

$$S = \frac{6\sqrt{3} \cdot 3}{2} + \frac{\pi \cdot 60° \cdot 6^2}{360°}$$

$S = 9\sqrt{3} + 6\pi$

Clave B

4



$$A = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot R^2}{360°}$$

$$A = \frac{2\pi}{3}$$

$$3A + S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4}$$

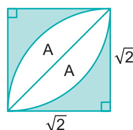
$$3\left(\frac{2\pi}{3}\right) + S = 4\sqrt{3}$$

$$2\pi + S = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore S = 4\sqrt{3} - 2\pi$$

Clave D

5



Calculando A:

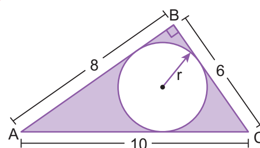
$$A = \frac{\pi(\sqrt{2})^2 \times 90°}{360°} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2}$$

$$A = \frac{\pi}{2} - 1$$

$\Rightarrow 2A = \pi - 2$

Clave E

6



Por T. Pitágoras: AC = 10

Por T. Poncelet: 6 + 8 = 10 + 2r

r = 2

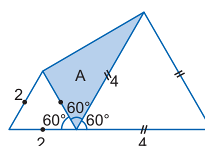
Entonces: $A = A_{\triangle} - A_{\odot}$

$A = 24 - \pi(4)$

$A = 4(6 - \pi)$

Clave A

7

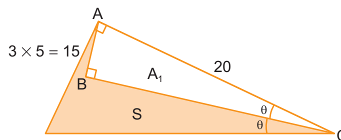


$$\Rightarrow A = \frac{2 \times 4}{2}\ \text{sen}60°$$

$$A = 2\sqrt{3}\ m^2$$

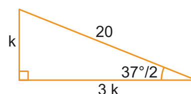
Clave A

8



$$2\theta = 37° \Rightarrow \theta = \frac{37°}{2}$$

En el triángulo ABC:



$$(3k)^2 + k^2 = 20^2$$

$$10k^2 = 400$$

$$k^2 = 40$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{40}$$

$$S + A_1 = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150$$

$$S + \frac{k \cdot 3k}{2} = 150$$

$$S + \frac{3}{2}(k^2) = 150$$

$$\Rightarrow S + \frac{3}{2}(\sqrt{40})^2 = 150$$

$$S + 60 = 150 \Rightarrow S = 90$$

Clave D

9

$A_{\odot} = \pi \cdot R^2$

$A_{\triangle UNI} = \dfrac{R \cdot 2R}{2} = R^2$

$\dfrac{A_{\odot}}{A_{\triangle UNI}} = \dfrac{\pi R^2}{R^2} = \pi$

Clave B

10

Por Pitágoras:

$EC^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2 + 1^2$

$EC = 3$

En el ángulo ABF (teorema de la bisectriz):

$AB = BF = 8$

Luego:

$A_{\Delta EBC} = \dfrac{8 \times 3}{2} = 12$

Clave C

11

Por Pitágoras:

$(3 + r)^2 = 3^2 + (6 - r)^2$

$9 + 6r + r^2 = 9 + 36 - 12r + r^2$

$18r = 36 \Rightarrow r = 2$

$A = A_{\odot grande} - (A_{\odot mediano} + A_{\odot pequeño})$

$A = \pi \cdot 6^2 - (\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 2^2)$

$A = 36\pi - (9\pi + 4\pi) = 36\pi - 13\pi$

$A = 23\pi$

Clave C

12

Dato:

$a + b = 77$

$(a + b)^2 = 77^2$

$a^2 + b^2 + 2ab = 5929$

$55^2 + 2ab = 5929$

$3025 + 2ab = 5929$

$2ab = 2904$

$ab = 1452$

$\therefore A_{\triangle ABC} = \dfrac{ab}{2} = 726$

Clave B

13

Perímetro de la región sombreada:

$2p = \pi R_1 + \pi R_2 + \pi R_3 + \pi R_4 + \pi R_5 + 8$

$= \pi(R_1 + R_2 + R_3) + \pi(R_4 + R_5) + 8$

$= \pi(5) + \pi(3) + 8 = 8(\pi + 1)$

Clave D

14

Por relación de áreas:

$\dfrac{A_{\triangle ARC}}{3a} = \dfrac{A_{\triangle ABR}}{a}$

$\Rightarrow \dfrac{3S}{3a} = \dfrac{A_{\triangle ABR}}{a}$

$A_{\Delta ABR} = S$

$\Rightarrow$ R es punto medio de $\overline{BE}$:

$A_{\Delta BRC} = A_{\Delta REC}$

$4A = 2S$

Por dato:

$A_{\Delta ABC} = 96$

$\Rightarrow 4S + 2S = 96$

$S = 16$

$\therefore A_{\Delta ABR} = 16 \text{ cm}^2$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 212)

1

Del gráfico:

$AS = A_{\odot} - A_{\Delta ABC}$

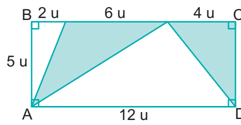
$= \pi\left(\dfrac{4}{3}\sqrt{3}\right)^2 - \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}$

$= \dfrac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3} = \dfrac{4}{3}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)u^2$

Clave E



2



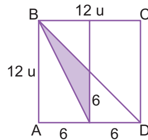
Del gráfico:

$$\frac{A_S}{A_{NS}} = \frac{\frac{6.5}{2} + \frac{4.5}{2}}{\frac{2.5}{2} + \frac{12.5}{2}}$$

$$= \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

Clave C

3

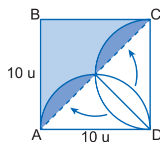


Del gráfico:

$$As = \frac{6 \times 6}{2} = 18\ u^2$$

Clave A

4

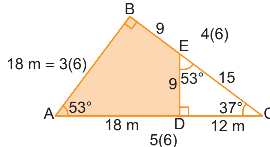


Del gráfico:

$$As = \frac{10 \times 10}{2} = 50\ u^2$$

Clave B

5



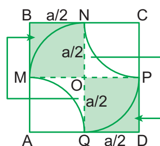
Del gráfico:

$As = A_{\triangle ABC} - A_{\triangle EDC}$

$$= \frac{18 \times 24}{2} - \frac{9 \times 12}{2} = 162\ m^2$$

Clave D

6



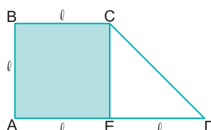
Del gráfico:

$As = 2A_{\square MBNO}$

$$2\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}\ u^2$$

Clave B

7



Del gráfico:

$A_{\square ABCD} = 54\ u^2$

$$\left(\frac{\ell + 2\ell}{2}\right)\ell = 54$$

$$\frac{3\ell^2}{2} = 54$$

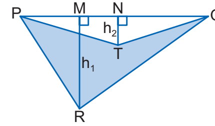
$$\ell^2 = 36$$

$$\ell = 6\ u$$

Piden: $2p_{\square ABCE} = 4(6) = 24\ u$

Clave C

8



Del gráfico:

$As = A_{\Delta PRQ} - A_{\Delta PTQ}$

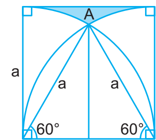
$$= \frac{9h_1}{2} - \frac{9h_2}{2}$$

$$= \frac{9}{2}(h_1 - h_2) = \frac{9}{2}(7) = 31,5\ m^2$$

Clave E

NIVEL 2 (página 213)

9



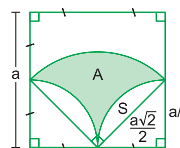
$A = A_{\square} - A_{equilátero} - 2A_{\triangle}$

$$A = a^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - 2\left(\frac{\pi a^2 \times 30°}{360°}\right)$$

$$A = \frac{a^2(12 - 2\pi - 3\sqrt{3})}{12}\ u^2$$

Clave A

10



$$S = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{16} - \frac{a^2}{8}$$

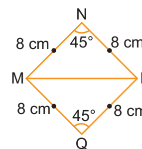
Entonces:

$$A = \frac{1}{4}\pi\left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2 - \left[\pi\frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4}\right]$$

$$A = \frac{a^2}{4}\ u^2$$

Clave A

11



Del gráfico:

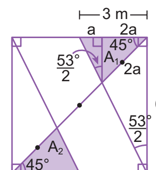
$A_{\diamond} = 2A_{\Delta MNP}$

$$A_{\diamond} = 2\left(\frac{8.8 sen45°}{2}\right)$$

$\therefore A_{\diamond} = 32\sqrt{2}\ cm^2$

Clave D

12



$3a = 3$

$\Rightarrow a = 1\ m$

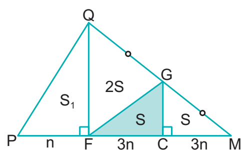
$$A_1 = A_2 = \frac{3\ .\ 2a}{2} = 3a = 3\ m^2$$

$A_{total} = A_1 + A_2 \Rightarrow A_{total} = 6\ m^2$

Clave A



13



Del gráfico:

$$\frac{A_{\Delta PFQ}}{A_{\Delta QFM}}=\frac{n}{6n}$$

$$\frac{S_1}{4S}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow S_1=\frac{2}{3}S$$

Dato:

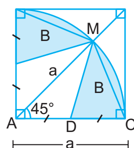
$A_{\Delta PQM}=10\text{ m}^2$

$\frac{2}{3}S+2S+S+S=100\text{ m}^2$

$\therefore S=\frac{150}{7}\text{ m}^2$

Clave D

14



$$A_{\triangle AMC}=\frac{\pi a^2 45^\circ}{360^\circ}=\frac{\pi a^2}{8}$$

$$A_{\triangle AMC}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$$

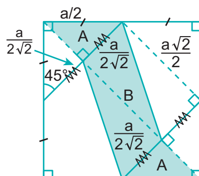
$$\Rightarrow A_{\triangle AMD}=\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$$

$$\Rightarrow B=\frac{\pi a^2}{8}-\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$$

Nos piden: $2B=\dfrac{a^2\left(\pi-\sqrt{2}\right)}{4}$

Clave D

15



$$A_x=2A+B$$

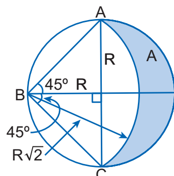
$$A_x=2\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2\frac{1}{2}+\frac{a}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$A_x=\frac{a^2}{8}+\frac{a^2}{4}$$

$$A_x=\frac{3a^2}{8}$$

Clave B

16



$$A=\frac{\pi R^2}{2}-[A_{\text{◓}ABC}-A_{\triangle ABC}]$$

$$A=\frac{\pi R^2}{2}-\left[\frac{\pi\left(R\sqrt{2}\right)^2}{4}-\frac{\left(R\sqrt{2}\right)^2}{2}\right]$$

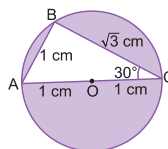
Entonces:

$$A=\frac{\pi R^2}{2}-\left(\frac{\pi R^2}{2}-R^2\right)$$

$$A=R^2$$

Clave E

17



Nos piden: As

$As=A_{\odot}-A_{\triangle ABC}$

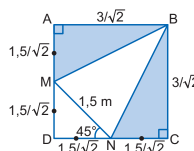
$As=\pi\left(1\right)^2-\frac{1.\sqrt{3}}{2}$

$As=\left(\frac{2\pi-\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$

Clave A

NIVEL 3 (página 214)

18



Nos piden: As

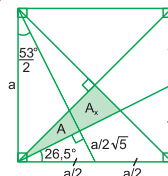
$As=2A_{\triangle MAB}$

$As=2\left(\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{2}$

$\therefore As=2{,}25\text{ m}^2$

Clave E

19



$A+A_x=\frac{1}{12}(a^2)$ ...(1)

Pero:

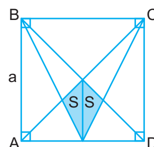
$A=\frac{a^2}{12}-\frac{a}{\sqrt{5}}\cdot\frac{a}{2\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{a^2}{30}$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$$\frac{a^2}{30}+A_x=\frac{a^2}{12}\Rightarrow A_x=\frac{a^2}{20}$$

Clave B

20



Por propiedad:

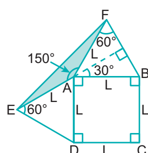
$$S=\frac{A_{\triangle BAD}}{12}$$

$$\Rightarrow 2S=\frac{A_{\triangle BAD}}{6}$$

$$2S=\frac{\frac{a^2}{2}}{6}=\frac{a^2}{12}$$

Clave C

21



Nos piden: As

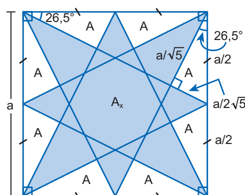
$As = A_{\Delta EAF}$

$As = \frac{1}{2}.L.L.sen150°$

$\therefore As = \frac{L^2}{4}$

Clave E

22



Del gráfico:

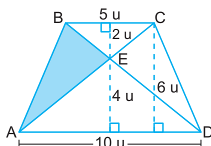
$A_x = A_{\boxplus} - 8A$

$A = \frac{a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{a}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{20}$

$\Rightarrow A_x = a^2 - \frac{8a^2}{20} = \frac{3a^2}{5}$

Clave C

23



$\Delta AED \sim \Delta BEC \Rightarrow BC = 5$ u

Además del gráfico:

$A_{\Delta BEC} = \frac{5.2}{2} = 5\ u^2$

$A_{\Delta AED} = \frac{10.4}{2} = 20\ u^2$

Por propiedad: $(A_{\Delta ABE})^2 = (A_{\Delta BEC})(A_{\Delta AED})$

$(A_{\Delta ABE})^2 = 5.20$

$\therefore A_{\Delta ABE} = 10\ u^2$

Clave D

24 Del gráfico:

$A_{\Delta BEC} = \frac{a.h_2}{2} \qquad A_{\Delta AED} = \frac{b.h_1}{2}$

Dato: $a.b = h_1.h_2 = 12u^2$

Por propiedad: $(A_{\Delta ECD})^2 = (A_{\Delta BEC})^2\,(A_{\Delta AED})^2$

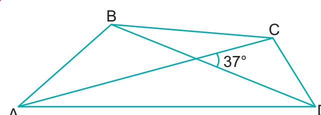
$(A_{\Delta ECD})^2 = \frac{a.h_2}{2} \cdot \frac{b.h_1}{2}$

$= \frac{(12).(12)}{4}$

$\therefore A_{\Delta ECD} = 6\ u^2$

Clave C

25



Donde:

AC = 10u

BD = 12u

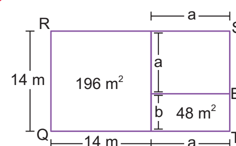
Por propiedad: $A_{\triangle ABCD} = \frac{(AC)(BD)sen\alpha}{2}$

$= \frac{10.12.sen37°}{2}$

$\therefore A_{\triangle ABCD} = 36\ u^2$

Clave B

26



Del gráfico: a + b = 14 m ...(1)

Por dato: a . b = 48 m ...(2)

De (1) y (2) se deduce:

a = 8 m

b = 6 m

Nos piden: $A_{\square QRST} = (14)(14 + 8)$

$A_{\square QRST} = 308\ m^2$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 222)

1 $F = \dfrac{26! \times 27 + 25!}{19 \times 25!} = \dfrac{26 \times 25! \times 27 + 25!}{19 \times 25!}$

$F = \dfrac{25!(27 \times 26 + 1)}{19 \times 25!} = \dfrac{27 \times 26 + 1}{19} = 37$

Clave A

2 $(x^2 - 2x)! = 6 = 3!$

$\Rightarrow x^2 - 2x = 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

$x_1 = 3$

$x_2 = -1$

$\therefore$ Existen 2 soluciones.

Clave B

3 $\dfrac{(x+1)!(x+3)!}{(x+1)! + (x+2)!} = 24$

$\dfrac{(x+1)!(x+3)!}{(x+1)! + (x+2)(x+1)!} = 24$

$\dfrac{(x+1)!(x+3)!}{(x+1)![1 + (x+2)]} = 24$

$\dfrac{(x+3)!}{x+3} = 24$

$\dfrac{(x+3)(x+2)!}{(x+3)} = 24$

$(x + 2)! = 24 = 4!$

$\Rightarrow x + 2 = 4$

$x = 2$

Clave A

4 $C_{15}^{35} = \dfrac{(x+5)!}{20! \times 15!}$

$\dfrac{35!}{15! \times 20!} = \dfrac{(x+5)!}{20! \times 15!}$

$35! = (x + 5)!$

$\Rightarrow 35 = x + 5$

$x = 30$

Clave D

5 Tiene 9 amigas, pero como Rita siempre queda invitada quedan 8.

$C_4^8 = 70$ maneras

Clave A

6 6 jugadores de fútbol y sin contar 1 ya que siempre juega como arquero, entonces quedan 5.

$\Rightarrow P_5 = 5! = 120$

Clave A

7 5 carriles y 3 atletas, y que cada atleta ocupe un carril.

$V_3^5 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = \dfrac{120}{2} = 60$

Clave E

8 Cinco finalistas:

1 2 3 4 5

Reciban premios (importa el orden).

$P_5 = 5! = 120$

Clave D

9 Quedan 4 posibles ubicaciones de las 4 personas ya que una persona siempre va al timón.

Luego: $P_4 = 4! = 24$

Entonces, el número de posibilidades es:

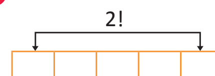
$24 \times 2 = 48$



Saben manejar

Clave C

10



$\Rightarrow 2! \times 4! = 48$ formas



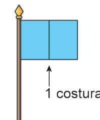
Las personas restantes

Clave B

11 n.° banderas de 1 solo color: 3

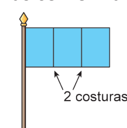
Considerando 1 costura tendremos:

$V_2^3 = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 6$



Considerando 2 costuras como máximo:

$V_3^3 = \dfrac{3!}{(3-3)!} = 6$



Por lo tanto, el mayor número de banderas es 15.

Clave E

12 Del enunciado: $C_1^{10} \times C_1^9 \times C_1^8 = 720$

Por lo tanto, la elección se puede realizar de 720 maneras.

Clave A

13 Se seleccionaron:

3 físicos de 5 físicos

4 químicos de 7 químicos

3 matemáticos de 6 matemáticos

$C_3^5 \times C_4^7 \times C_3^6 = 7000$

Clave E

14 $C_3^9 \times C_2^6 \times C_2^4 \times C_2^2 = 7560$ maneras.

Clave A



REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 224)

1 $A = \dfrac{15! + 16! + 17!}{15! + 16!} + \dfrac{(3!)!}{6!}$

$A = \dfrac{15! + 16 \times 15! + 17 \times 16 \times 15!}{15! + 16 \times 15!} + \dfrac{6!}{6!}$

$A = \dfrac{1 + 16 + 17 \times 16}{1 + 16} + 1$

$A = \dfrac{17 + 17 \times 16}{17} + 1$

$A = 18$

Clave B

2 $\dfrac{400!}{399!} + \dfrac{100!}{99!} + \dfrac{4!}{3!}$

$= \dfrac{400 \times 399!}{399!} + \dfrac{100 \times 99!}{99!} + \dfrac{4 \times 3!}{3!}$

$= 400 + 100 + 4 = 504$

Clave D

3 $\dfrac{\dfrac{21}{8} \times \dfrac{20}{7} \times \dfrac{19}{6} \times C_5^{18}}{C_5^{18} + C_{12}^{18} + C_{12}^{19} + C_8^{20}}$

$= \dfrac{C_8^{21}}{C_5^{18} + C_6^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}$

$= \dfrac{C_8^{21}}{C_6^{19} + C_7^{19} + C_8^{20}}$

$= \dfrac{C_8^{21}}{C_7^{20} + C_8^{20}} = \dfrac{C_8^{21}}{C_8^{21}} = 1$

Clave A

4 $(x^2 + x)! = 720$

$(x^2 + x)! = 6!$

$x^2 + x = 6$

$x_1 = 2$

$x_2 = -3$

Por lo tanto, hay 2 soluciones.

Clave B

5 Como son diferentes entre sí (3 barcos, 5 aviones y 4 buses):

$3 + 5 + 4 = 12$ maneras de realizar el viaje a Chile.

Clave C

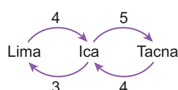
6 De Lima a Ica (4 caminos diferentes)
Ica a Tacna (5 caminos diferentes)

Lima $\xrightarrow{4}$ Ica $\xrightarrow{5}$ Tacna

Existen: $5 \times 4 = 20$ maneras diferentes

Clave B

7



$4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240$ maneras diferentes

Clave C

8 Se puede vestir de:

$6 \times 4 \times 5 = 120$ maneras diferentes

Clave D

9 Como 3 pantalones son iguales (se cuentan como 1) se puede vestir de:

$4 \times 4 \times 5 = 80$ maneras diferentes

Clave C

10 Si la camisa blanca siempre es usada con el pantalón azul, entonces nos quedamos con: 5 pantalones, 3 camisas y 5 zapatos.

$\Rightarrow 5 \times 3 \times 5 = 75$

Luego como la camisa blanca siempre se usa con el pantalón azul, tiene 5 opciones más para vestirse con los zapatos.

$75 + 5 = 80$

Clave B

11 6 ternos (iguales)

5 pares de medias (3 iguales)

2 pares de zapatos

8 corbatas (2 iguales)

6 camisas (3 iguales)

$\Rightarrow 1 \times 3 \times 2 \times 7 \times 4 = 168$

Clave B

12

- $C_{azul} \to P_{negro}$ $\quad Z_1$
  $C_2 \quad P_2 \quad Z_2$
  $C_3 \quad P_3 \quad Z_3$
  $C_4 \quad P_4$
  P_5
  $(3 \times 5 + 1) \times 3 = 48$

- $C_{blanco} \leftarrow P_{azul}$ $\quad Z_1$
  $C_2 \quad P_2 \quad Z_2$
  $C_3 \quad P_3 \quad Z_3$
  $C_4 \quad P_4$
  P_5
  $(4 \times 4 + 1) \times 3 = 51$

- $C_{verde} \quad P_{blanco} \quad Z_1$
  $C_2 \quad P_{celeste} \quad Z_2$
  $C_3 \quad P_3 \quad Z_3$
  $C_4 \quad P_4$
  P_5
  $(3 \times 5 + 3) \times 3 = 54$



- C_{blanca} P_{crema} Z_1
  C_{verde} P_2 Z_2
  C_3 P_3 Z_3
  C_4 P_4
  P_5

$(4 \times 4 + 2) \times 3 = 54$

Piden: $48 + 51 + 54 + 54 = 207$

Clave E

NIVEL 2 (página 225)

13 $(x + 5)! = 720 = 6!$

$x + 5 = 6$

$x = 1$

Clave E

14

$$3C_4^x = 5C_5^{x-1}$$

$$3 \times \frac{x!}{(x-4)!4!} = 5 \times \frac{(x-1)!}{(x-6)!5!}$$

$$\frac{3(x)(x-1)!}{(x-4)(x-5)(x-6)! \times 4!} = \frac{5(x-1)!}{(x-6)!5 \times 4!}$$

$$3x = (x-4)(x-5)$$

$$3x = x^2 - 9x + 20$$

$$0 = x^2 - 12x + 20$$

$$0 = (x-10)(x-2)$$

$\Rightarrow x_1 = 10$

$x_2 = 2$

Pero: $x - 6 > 0$

$x > 6$

$\therefore x = 10$

Clave A

15

$$\frac{(m+3)!(m+5)!}{(m+3)! + (m+4)!} = 120$$

$$\frac{(m+3)!(m+5)!}{(m+3)! + (m+4)(m+3)!} = 120$$

$$\frac{(m+5)!}{1 + m + 4} = 120$$

$$\frac{(m+5)(m+4)!}{m+5} = 120$$

$$(m+4)! = 5!$$

$$\Rightarrow m + 4 = 5$$

$$m = 1$$

Clave A

16 $C_{p-2}^{2n} = C_{10-p}^{2n}$

$p - 2 = 10 - p$

$p = 6$

Por propiedad complementaria:

$p - 2 = 2n - 10 + p$

$n = 4$

$\Rightarrow n + p = 10$

Clave C

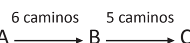
17 Tablero de 4×4

1 ficha en el tablero tiene $4 \times 4 = 16$ maneras diferentes y como no deben estar ambas fichas en la misma columna ni en la misma fila $\Rightarrow 3 \times 3 = 9$

$\therefore 9 \times 16 = 144$ formas de colocar 2 fichas.

Clave D

18



* De A a C pasando por B: $6 \times 5 = 30$

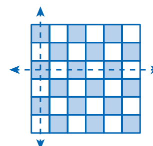
* De A a C pasando por B y regresando:
$6 \times 5 \times 6 \times 5 = 900$

* De A hacia C pasando por B y regresando por un camino diferente:
$6 \times 5 \times 4 \times 5 = 600$

$\Rightarrow 30 + 900 + 600 = 1530$

Clave B

19



Si se elige cualquiera de los 18 recuadros negros, quedarán 12 recuadros blancos que se pueden elegir.

$\Rightarrow 18 \times 12 = 216$ maneras

Clave C

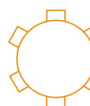
20 5 pantalones
3 faldas
6 blusas
2 polos
8 pares de zapatos

Se observa que Julia no puede utilizar pantalón y falda al mismo tiempo, tampoco puede utilizar blusas y polos al mismo tiempo.

$\Rightarrow (5 + 3)(6 + 2) . 8 = 8 \times 8 \times 8 = 512$

Clave A

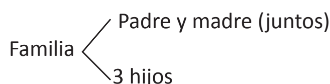
21



Permutación circular
6 personas:
$\Rightarrow 5! = 120$

Clave C

22



$\Rightarrow 3! \times 2! = 12$

↑ Permutación entre padre y madre

Clave A



23 Seleccionar una consonante y una vocal.
5 consonantes
3 vocales
$\Rightarrow C_1^5 \times C_1^3 = 15$ maneras

Clave D

24 8 personas
5 asientos
Eulogio siempre es conductor.
$\Rightarrow V_4^7 = 840$

Clave E

NIVEL 3 (página 226)

25 $K = \dfrac{11! - 10!}{9!} + \dfrac{10! - 9!}{8!} + \dfrac{9! - 8!}{7!} + \dots + \dfrac{2! - 1!}{0!}$

$K = 10 \times 10 + 9 \times 9 + 8 \times 8 + \dots + 1$

$K = \dfrac{10 \times 11 \times 21}{6} = 385$

Clave E

26 $C_{30}^{50} = \dfrac{(x+5)!}{20! \times 30!}$

$\dfrac{50!}{(50-30)! \times 30!} = \dfrac{(x+5)!}{20! \times 30!}$

$50! = (x+5)!$

$x = 45$

Clave E

27 $1! + 2! + 3! + \dots + x! = y^2 \ (x; y \in \mathbb{Z}^+)$

$1! = 1$

$1! + 2! = 3$

$1! + 2! + 3! = 9$

$1! + 2! + 3! + 4! = 33$

$5! + 6! + \dots + x! = \dots 0$

(siempre termina en 0)

Ya que no existe ningún número al cuadrado que acabe en 3, la adición queda reducida a:

$\Rightarrow 1! + 2! + 3! = 9 = y^2$

Por lo tanto, existe una solucion.

Clave B

28 $x^{(y!)!}(x-1)!^{(y!)!} = 120^{720}$

$(x(x-1)!)^{(y!)!} = 120^{720}$

$x!^{(y!)!} = 120^{720} = 5!^{(3!)!}$

$\Rightarrow x = 5 \wedge y = 3$

$\therefore \ x + y = 8$

Clave C

29 5 personas
* Fila con 5 asientos: $5! = 120$
* 5 asientos con Juan en el centro:
$4! = 24$
* 5 asientos con Raúl en un extremo:
$2! \times 4! = 48$
* 5 asientos con Luis y María siempre juntos: $4! \times 2 = 48$

Entonces:

$120 + 24 + 48 + 48 = 240$

Clave B

30 El barco lleva 8 banderas para hacer señales:

* Utilizando 3 banderas: $P_3^8 = 336$

* Utilizando 4 banderas empezando con la roja y terminando con la azul.
Como ya hay 2 banderas fijas (roja y azul) de las 4 a utilizar, tenemos: $P_2^6 = 30$

*Utilizando 5 banderas (la blanca y azul deben estar en los extremos). De las 6 banderas restantes 3 debemos utilizar.

$2 \,.\, P_3^6 = 240$

$\Rightarrow 336 + 30 + 240 = 606$

Clave E

31 2 peruanos
4 argentinos
3 colombianos

$3!(2! \times 4! \times 3!) = 1728$



Permutación por grupos

Clave E

32 2 varones y 3 chicas



1.ª chica 2.ª chica 3.ª chica

$\Rightarrow 3! \times 2! = 12$ formas de sentarse

Clave E

33 Elegir 2 personas para la traducción de una lectura (inglés o francés o alemán), de un grupo de 15 personas.

$C_1^4 \times C_1^5 + C_1^4 \times C_1^6 + C_1^5 \times C_1^6$

$\Rightarrow 4 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 6 = 74$ formas de elegir

Clave B

34 6 pesos (a; b; c; d; e; f) formar de 3 en 3

$\Rightarrow C_3^6 = \dfrac{6!}{(6-3)!3!} = \dfrac{720}{6 \,.\, 6} = 20$ pesadas diferentes

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 232)

1 A: obtener número mayor que 2

A = {3; 4; 5; 6}

$\Rightarrow$ n(A) = 4

Luego:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Clave B

2 8 fichas negras, 5 fichas blancas } Total = 13 fichas

$\Rightarrow$ casos a favor = 8

casos totales = 13

Por lo tanto, la probabilidad de extraer una ficha de color negro es: $\frac{8}{13}$

Clave C

3 A: evento de obtener al menos un sello (puede ser 1 sello, 2 sellos o 3 sellos)

A': evento de no sacar ningún sello, es decir todos los resultados debe ser caras.

Número total de posibilidades al lanzar 2 monedas:

$n(\Omega) = 2 . 2 . 2 = 8$

Además:

A' = {ccc} $\Rightarrow$ n(A') = 1

P(A) = 1 − P(A')

$P(A) = 1 - \frac{1}{8}$

$\therefore P(A) = \frac{7}{8}$

Clave E

4 A = {3} ; n(A) = 1 ; $P(A) = \frac{1}{6}$

B = {4} ; n(B) = 1 ; $P(B) = \frac{1}{6}$

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Como: $A \cap B = \phi$

$\Rightarrow (A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\therefore P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

Clave A

5

a	b
	0
1	1
2	2
3	3
⋮	⋮
9	9

9 × 10 = 90 números

A: número de dos cifras múltiplo de 5.

A = {10; 15; 20; 25; 30; ...; 95}

$\Rightarrow$ n(A) = 18

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

Clave A

6 Al lanzar 2 dados.

Casos totales = 6 × 6 = 36

Casos a favor (que la suma de ambos no supere a 7) = 21

$$\Rightarrow \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

Clave A

7 $\Omega_1 = \{C;S\}$

A : obtener cara

$$A: \{C\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega_1)} = \frac{1}{2}$$

$\Omega_2 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

B: obtener un número impar

$$B: \{1; 3; 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega_2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Como A y B son eventos independientes, la probabilidad de obtener una cara y un número impar es:

$$P(A) . P(B) = \frac{1}{4}$$

Clave C

8 A: ambos resultados sean de puntaje 3

A = {(3; 3)} $\Rightarrow$ n(A) = 1

Además:

$n(\Omega) = 36$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{36}$$

Clave D



9 Al lanzar 2 dados
Casos totales = $6 \times 6 = 36$

A = {(2; 1), (3; 1), (3; 2), (4; 1), (4; 2), (4; 3)
(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (6; 1), (6; 2)
(6; 3), (6; 4), (6; 5)}

$\Rightarrow n(A) = 15$

$\therefore\ P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

Clave B

10 A: llueve
B: truena
$P(A) = 0{,}10$
$P(B) = 0{,}05$
$P(A \cap B) = 0{,}03$
$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}10 + 0{,}05 - 0{,}03$
$\therefore\ P(A \cup B) = 0{,}12$

Clave A

11 A: extraer carta n.° 8
$n(A) = 4$
B: extraer figura de color negro.
$n(B) = 26$
$\Rightarrow n(A \cap B) = 2$
Luego:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = \dfrac{n(A)}{52} + \dfrac{n(B)}{52} - \dfrac{n(A \cap B)}{52}$

$\therefore P(A \cup B) = \dfrac{4 + 26 - 2}{52} = \dfrac{28}{52} = \dfrac{7}{13}$

Clave B

12 Aplicamos probabilidad condicionada:
$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
$A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$
$B = \{3; 6; 9\}$
$A \cap B = \{6\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}} = \dfrac{1}{5}$

Clave B

13 Casos a favor:
Tenemos que sacar un grupo de 2 bolas rojas de un total de 5 disponibles.

$\Rightarrow n(A) = C_2^5 = 10$

Total de casos:
Tenemos que extraer 2 bolas de un total de:

$\underbrace{7}_{\text{Rojas}} + \underbrace{5}_{\text{Azules}} + \underbrace{3}_{\text{Blancas}} = 15$

$\Rightarrow n(\Omega) = C_2^{15} = 105$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{10}{105} = \dfrac{2}{21}$

Clave C

14 Casos totales: $P_5^5 = 120$

Casos a favor: [| | | A | B] $\Rightarrow P_4^4 = 24$
Juntos
3 elementos — 1 elemento

$\Rightarrow P\left(\text{"B" llegue luego de "A"}\right) = \dfrac{24}{120} = \dfrac{1}{5}$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 234)

1 Casos totales $n(\Omega) = 52$
A: obtener un 4 o un 6.

$\Rightarrow\ n(A) = 8$

$\therefore P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{8}{52} = \dfrac{2}{13}$

Clave B

2 $P(A) = 0{,}163$
A: se retire temprano
A': no se retire temprano

$\therefore P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0{,}163 = 0{,}837$

Clave D

3 Se tiene:
4 bolas rojas
6 bolas verdes
8 bolas azules
$\Rightarrow$ casos totales $n(\Omega) = 18$
A: se extrae una bola de color verde o azul.
$n(A) = 6 + 8 = 14$

Luego:
$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{14}{18} = \dfrac{7}{9}$

Clave B

4 Un dado:
Obtener un número mayor que 4
$A = \{5; 6\}$
Casos favorables: $n(A) = 2$
Casos totales: 6

$\Rightarrow\ P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Clave A



5 Del espacio muestral anterior:

Suman
↓
$2 \to 1$
$3 \to 2$
$4 \to 3$
$5 \to 4$
$6 \to 5$
$7 \to 6$
$8 \to 5$
$9 \to 4$
$10 \to \underline{3}$
33

Hay 33 casos favorables de que la suma de ambos no supere a 10.
Total de casos $= 6 \times 6 = 36$

$\Rightarrow \dfrac{33}{36} = \dfrac{11}{12}$

Clave C

6 A: obtener una cara
$A = \{C\} \Rightarrow n(A) = 1$
B: obtener un número par
$B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow n(B) = 3$
$P(\text{cara y n.° par}) = P(A) \,.\, P(B) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{4}$

Clave B

7 A: vender 2 autos o más
A': vender 1 o ninguno
$P(A) = 0{,}38$
$\Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0{,}38 = 0{,}62$

Clave C

8 A y B mutuamente excluyentes:
$A \cap B = \varnothing$
Luego:
$P(A \cap B) = 0$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Por lo tanto:
I. V
II. F
III. F

Clave A

NIVEL 2 (página 234)

9 Casos totales: 52
Casos a favor (J, Q, K)
Para los 4 tipos de figura $= 3 \times 4 = 12$
Por lo tanto, la probabilidad es:
$\dfrac{12}{52} = \dfrac{3}{13}$

Clave B

10 $\Omega = \{ABC; ACB; BAC; BCA; CAB; CBA\}$
$\Rightarrow n(\Omega) = 6$
M: A llega antes que B
$M = \{ABC; ACB; CAB\} \Rightarrow n(M) = 3$
$\therefore\ P(M) = \dfrac{n(M)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

Clave B

11 18 blancas
8 negras
6 azules
9 verdes
3 amarillas

Luego:
blanca o negra $= 18 + 8 = 26$
Casos totales $= 44$

Por lo tanto, la probabilidad de que sea blanca o negra es:
$\dfrac{26}{44} = \dfrac{13}{22}$

Clave A

12 Urna de 50 fichas
$\overset{\circ}{8} \Rightarrow 8; 16; 24; 32; 40; 48$
$\overset{\circ}{5} \Rightarrow 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50$
Casos favorables (múltiplo de 5 u 8) $= 15$
Total de casos: 50
$\dfrac{15}{50} = \dfrac{3}{10}$

Clave D

13 $\Omega = \{(2; 2; 2; 2; 2), (2; 2; 2; 2; 3),$
$(2; 2; 2; 3; 2), (2; 2; 3; 2; 2), (2; 3; 2; 2; 2),$
$(3; 2; 2; 2; 2), (3; 2; 2; 2; 3), (3; 2; 2; 3; 2),$
$(3; 2; 3; 2; 2), (3; 3; 2; 2; 2), \ldots, (3; 3; 3; 3; 3)\}$
$\Rightarrow n(\Omega) = 32 = 2^5$

Casos favorables $= 10$

$\Rightarrow \dfrac{10}{32} = \dfrac{5}{16}$

Clave B

14 A: acierta el disparo
$P(A) = 0{,}01$
$\Rightarrow\ P(A') = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$
Si se efectúan 2 disparos
$\Rightarrow P(\text{no acierta}) = (0{,}99)^2 = 0{,}9801$

Clave C



15 1.ª urna — 2.ª urna

5 blancas — 6 blancas

3 negras — 4 negras

8 bolas — 10 bolas

Como ambas son independientes, entonces la probabilidad de que ambas sean de color blanco es:

$\frac{5}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{8}$

Clave C

16 Nacimiento de sus 3 hijos

A = {(H, H, H), (H, H, M),(H, M, H), (H, M, M), (M, H, H), (M, M, H), (M, H, M), (M, M, M)}

$\Rightarrow$ n(A) = 8

(M, M, H)
(M, H, M) $\Rightarrow \frac{3}{8}$
(H, M, M)

(M, M, H)
(M, H, M) $\Rightarrow \frac{3}{8}$
(H, M, M)

Por lo tanto:

I. V
II. F
III. V

Clave D

NIVEL 3 (página 235)

17 Total de esferas = 12

I. $\Rightarrow P_1 = \frac{5}{12}$ ...(V)

II. $\Rightarrow P_2 = \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{55}$ ...(V)

III. $\Rightarrow C_7^{12} = 792$ ...(V)

Clave E

18 12 niños, 4 niñas } 16 en total

Si se escoge 3 estudiantes al azar, la probabilidad de que sean niñas es:

$\frac{4}{16} \times \frac{3}{15} \times \frac{2}{14} = \frac{1}{140}$

Clave E

19 Hay 4 ases en las 52 cartas

Si se seleccionan 3 cartas, la probabilidad de que sean ases es:

$\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} = \frac{1}{5525}$

Clave B

20 3 bolas rojas

4 bolas blancas

5 bolas azules

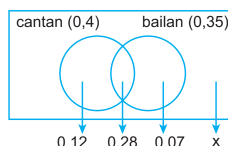
Casos totales: 12

La probabilidad es:

$\frac{3}{12} \times \frac{9}{11} \times \frac{8}{10} = 0,1636$

Clave C

21



Del enunciados, cantan y bailan:

70%(0,4) = 0,28

Luego:

$0,12 + 0,28 + 0,07 + x = 1$

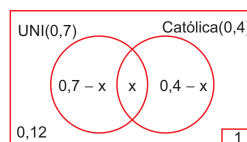
$0,47 + x = 1$

$x = 0,53$

$x = 53\%$

Clave B

22 Sea x la probabilidad de que ingrese a ambas.



$\Rightarrow 0,12 + (0,7 - x) + x + (0,4 - x) = 1$

$\therefore x = 0,22$

Clave B

23 Si la probabilidad de ganar una partida de ajedrez es p.

$\Rightarrow$ p(perder) = 1 – p

Luego, la probabilidad de perder en las 3 partidas de ajedrez es:

$(1 - p)^3$

Por lo tanto, la probabilidad de ganar al menos una partida en 3 partidas de ajedrez es:

$1 - (1 - p)^3$

Clave D

24 Casos totales: C_5^{12}

Casos favorables: C_4^{11}

$\frac{C_4^{11}}{C_5^{12}} = 0,4166$

Clave D

25 A: obtener 2 sillas defectuosas de 4 sillas

$\Rightarrow n(A) = C_2^6 \times C_2^4 = 90$

Ω: escoger 4 sillas de las 10 que hay en total

$n(\Omega) = C_4^{10} = 210$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 241)

1 Como A = B:

$3^{x+y} = 3^3 \quad \Rightarrow \quad x + y = 3 \quad ...\text{(I)}$

$6^{2x-y} = 6^3 \qquad\quad\ 2x - y = 3 \quad ...\text{(II)}$

(I) + (II):

$3x = 6$

$x = 2 \Rightarrow y = 1$

$\therefore 2x + 3y = 2(2) + 3(1) = 7$

Clave C

2 Por ser unitario:

$2x + y = 2y - x \quad \wedge \quad 2x + y = x + 8$

$3x = y \quad \wedge \quad x + y = 8$

De donde se obtiene:

$x = 2$

$y = 6$

$\therefore 3x^2 + 2y = 3(2)^2 + 2(6) = 24$

Clave D

3 Hallamos los conjuntos por extensión:

P = {5; 10; 17}

Q = {0; 1; 2; 3; 4; 5}

Luego:

P ∩ Q = {5}

Clave A

4 Hallamos los conjuntos por extensión:

A = {3; 6; 9; 12; 15; 18}

B = {5; 10; 15; 20; 25}

C = {1; 3; 7; 21}

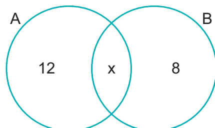
Luego:

A ∪ B ∪ C = {1; 3; 5; 6; 7; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 21; 25}

∴ A ∪ B ∪ C tiene 13 elementos

Clave E

5 Gráficamente:



$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$30 = 12 + x + x + 8 - x$

$x = 10$

Luego: $n(A) = 22$ y $n(B) = 18$

$\therefore 5[n(A)] - 4[n(B)] = 5(22) - 4(18) = 38$

Clave B

6 De los datos:

$n[P(A)] = 64$

$2^{n(A)} = 2^6 \Rightarrow n(A) = 6$

$n[P(A \cup B)] = 4096$

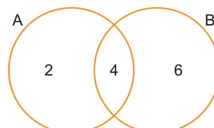
$2^{n(A \cup B)} = 2^{12} \Rightarrow n(A \cup B) = 12$

Luego:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$12 = 16 - n(A \cap B)$

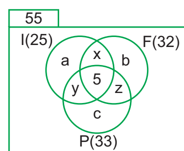
$n(A \cap B) = 4$



$\therefore n(B - A) = 6$

Clave B

7 Graficamos de acuerdo al enunciado:



Del gráfico:

$$\left.\begin{aligned} a + x + y + 5 &= 25 \\ b + x + z + 5 &= 32 \\ c + y + z + 5 &= 33 \end{aligned}\right\} (+)$$

$a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 90 \quad ...\text{(I)}$

Además:

$a + b + c + x + y + z + 5 = 55 \quad ...\text{(II)}$

(I) – (II):

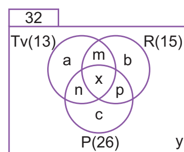
$x + y + z + 10 = 35$

$x + y + z = 25$

∴ 25 personas hablan solo 2 idiomas.

Clave D

8 Gráficamente:



De los datos:

$a + b + c = 9$

$m + n + p = 12$

Del gráfico:

$$\begin{aligned} a + m + n + x &= 13 \\ b + m + p + x &= 15 \\ c + n + p + x &= 26 \end{aligned}$$

$\underbrace{a + b + c}_{9} + \underbrace{2(m + n + p)}_{2(12)} + 3x = 54$

$9 + 2(12) + 3x = 54$

$33 + 3x = 54$

$3x = 21$

$x = 7$

Además:

$\underbrace{a + b + c}_{9} + \underbrace{m + n + p}_{12} + x + y = 32$

$9 + 12 + 7 + y = 32$

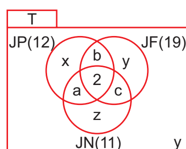
$28 + y = 32$

$y = 4$

$\therefore$ 4 personas no realizan ninguna actividad.

Clave E

9 Graficando según el enunciado:



De los datos:

$a + b + c = 8$

Del gráfico:

$x + a + b + 2 = 12$

$y + b + c + 2 = 19$

$z + a + c + 2 = 11$

$x + y + z + 2\underbrace{(a + b + c)}_{8} + 6 = 42$

$x + y + z + 22 = 42$

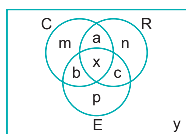
$x + y + z = 20$

$\therefore T = x + y + z + a + b + c + 2$

$T = 20 + 8 + 2 = 30$

Clave A

10 Graficando de acuerdo al enunciado:



De los datos y del gráfico:

$a + b + c = 65$

Además:

$a + x = 27$

$c + x = 35$

$b + x = 33$

$\underbrace{a + b + c}_{65} + 3x = 95$

$65 + 3x = 95$

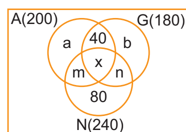
$3x = 30$

$x = 10$

$\therefore$ 10 personas leen los 3 periódicos

Clave C

11 Gráficamente se tiene:



Del enunciado y del gráfico:

$a + b + m + n + x + 40 = 300$

Además:

$a + m + x + 40 = 200$

$b + n + x + 40 = 180$

$m + n + x + 80 = 240$

$\underbrace{a + b + m + n + x + 40}_{300} + m + n + 2x + 120 = 620$

$\underbrace{m + n + x}_{160} + x + 120 = 320$

$160 + x + 120 = 320$

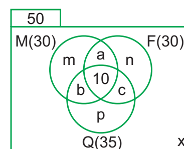
$x + 280 = 320$

$x = 40$

$\therefore$ 40 participan en los 3 deportes.

Clave E

12 Gráficamente:



De los datos y del gráfico:

$a + 10 = 18$

$a = 8$

$b + 10 = 20$

$b = 10 \Rightarrow m = 2$

$c + 10 = 19$

$c = 9 \Rightarrow n = 3 \wedge p = 6$

Luego:

$a + b + c + m + n + p + x + 10 = 50$

$8 + 10 + 9 + 2 + 3 + 6 + x + 10 = 50$

$x + 48 = 50$

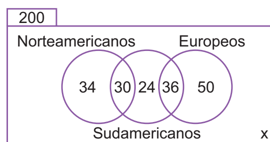
$x = 2$

$\therefore$ 2 alumnos no aprueban ningún curso.

Clave A



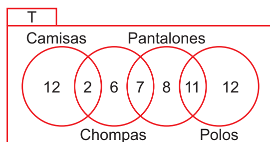
13



Del gráfico:
$34 + 30 + 24 + 36 + 50 + x = 200$
$x = 26$

Clave B

14



Del gráfico:
$T = 12 + 2 + 6 + 7 + 8 + 14 + 12 = 64$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 243)

1 Por extensión: $A = \{3; 5\}$

Clave E

2 Por extensión: $B = \{-1; 0\}$

Clave C

3 Por extensión:
$C = \{-1; 5; 11; 17\}$

Clave D

4 El conjunto es: $(A \cap C) - B$

Clave C

5 El conjunto es: $(A \,\Delta\, B) - C$

Clave B

6 El conjunto es: $(A \cap B) \cap C^C$

Clave D

7 El conjunto es: $(A \cup B) - (A - C)$

Clave E

8 El conjunto es: $(A \cap B)^C \cap (C \cup A)$

Clave E

9 Por extensión: $A = \{1; 2; 5; 10\}$
$\therefore$ Suma de elementos $= 1 + 2 + 5 + 10 = 18$

Clave A

10 $A = \{2; 3\}$
$n(A) = 2$
$\therefore n[P(A)] = 2^2 = 4$

Clave B

NIVEL 2 (página 244)

11 $A \,\Delta\, B = \{1; 4; 5; 9\}$
$\therefore n(A \,\Delta\, B) = 4$

Clave C

12 Del gráfico:
Fútbol $= 35 + 18 = 53$

Clave A

13 Del gráfico
Natación $= 18 + 24 = 42$

Clave D

14 Del gráfico
Fútbol o natación $= 35 + 18 + 24 = 77$

Clave E

15 Del gráfico:
Fútbol y natación $= 18$

Clave B

16 Del gráfico:
Academia $= 35 + 18 + 24 + 12 = 89$

Clave A

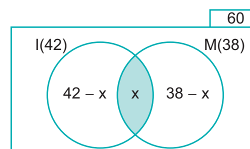
17 Del gráfico:
Solo natación $= 24$

Clave D

18 Del gráfico:
Ni en fútbol, ni en natación $= 12$

Clave E

19

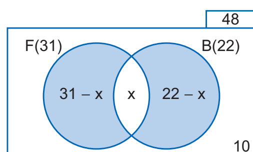


Del gráfico:
$42 - x + x + 38 - x = 60$
$\therefore x = 20$

Clave A



20



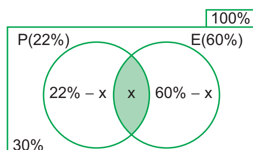
Del gráfico:
$31 - x + x + 22 - x + 10 = 48$
$x = 15$

Nos piden:
$31 - x + 22 - x = 53 - 2 \cdot 15 = 23$

Clave B

NIVEL 3 (página 245)

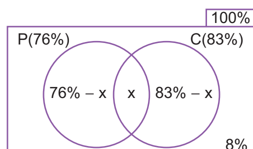
21



Del gráfico:
$22\% - x + x + 60\% - x + 30\% = 100\%$
$x = 12\%$

Clave A

22



Del gráfico:
$76\% - x + x + 83\% - x + 8\% = 100\%$
$x = 67\%$

Solo chancho = $83\% - 67\% = 16\%$

Clave B

23 Conjuntos unitarios:

- $3x - 1 = 8$
  $x = 3$
- $x^2 + 1 = 5y$
  $3^2 + 1 = 5y$
  $y = 2$

$\therefore x + y = 5$

Clave E

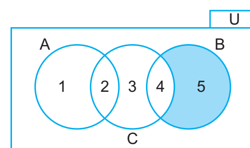
24 Conjunto unitario:

- $2a - 3 = 4b - 5$
  $5 - 3 = 4b - 2a$
  $1 = 2b - a$
  $a = 2b - 1$
- $4b - 5 = a + b + 6$
  $4b - b - a = 6 + 5$
  $3b - a = 11$
  $a = 3b - 11$

Igualando valores:
$2b - 1 = 3b - 11$
$11 - 1 = 3b - 2b$
$b = 10$
$\Rightarrow a = 19$
$\therefore a + b = 29$

Clave C

25 Región: $(A^C \cap B) - (B \cap C)$



$\therefore$ La región es la número 5.

Clave B

26 Conjunto potencia: P(A)
$n[P(A)] = 15 + 1 = 16$

Además:
$n[P(A)] = 2^{n(A)}$
$16 = 2^{n(A)}$
$\therefore n(A) = 4$

Clave D

27 Dato:
$n(A) = 15$
$n(B) = 17$
$n(A \cap B) = 7$

Además:
$n(A \,\Delta\, B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$
$n(A \,\Delta\, B) = 15 + 17 - 2 \cdot 7$
$\therefore n(A \,\Delta\, B) = 18$

Clave E



28 $n[P(A - B)] = 8$

$2^{n(A - B)} = 2^3 \Rightarrow n(A - B) = 3$

$n[P(B - A)] = 16$

$2^{n(B - A)} = 2^4 \Rightarrow n(B - A) = 4$

$\underbrace{n[P(A \cup B)]}_{} = 512$

$2^{n(A \cup B)} = 2^9 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$

Luego:

$n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(A - B) - n(B - A)$

$n(A \cap B) = 9 - 3 - 4 = 2$

$\therefore n[P(A \cap B)] = 2^{n(A \cup B)} = 2^2 = 4$

Clave B

29 $A = \{\phi; 3; 7, 8; \{8\}; \{5; 7\}; \{1; 3; 8\}\}$

A) $\underbrace{\phi}_{\text{elemento}} \in A$, es correcta.

B) $\{\phi\} \subset A$, es correcta, pues $\phi \in A$.

C) $\underbrace{\{5; 7\}}_{\text{elemento}} \in A$, es correcta.

D) $\underbrace{\{7; 8\}}_{\text{subconjunto}} \subset A$, es correcta.

E) $\underbrace{\{\{5; 7\}; \{8\}\}}_{\text{subconjunto}} \in A$, es falsa.

Clave E

30 $A = \{a; b; \{a; b\}; \{\phi\}; c\}$

A) $\underbrace{\{c\}}_{\text{subconjunto}} \subset A$, es correcta.

B) $\underbrace{\{\phi\}}_{\text{elemento}} \in A$, es correcta.

C) $\underbrace{\{a; b\}}_{\text{elemento}} \in A$, es correcta.

D) $\underbrace{\{a; b; c\}}_{\text{subconjunto}} \subset A$, es correcta.

E) $\{a; b\} \not\subset A$, es falsa.

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 250)

1 Como la región sombreada avanza en forma horaria, primero 1 espacio, luego 2 espacios, y posteriormente 3 espacios, mientras la bolita avanza cada 3 espacios, avanzará en la última figura la región sombreada 4 espacios; y la bolita, 3 espacios.

Clave D

2 Las fichas a invertir son: 1 y 2

Clave E

3 {[(12) − (3)) + (8)] : (2)} × (5)

{[(5) − (3)) + (8)] : (2)} # (2) = 60

∴ Mínimo n.° de cambios = 2

Clave B

4 {[(4 + □) − 2] × 5 } : □

⇒ {[(4 + 3) − 2] × 5 } : 1 = 25

∴ Mínimo n.° de cambios = 2

Clave C

5 Analizando el giro, la figura que sigue es:

Clave C

6 La cantidad de figuritas disminuye en 1 y se alternan ○ con △.

Clave A

7 La figura 3 no corresponde porque tiene 3 rayos.

Clave C

8 Todas las figuras se dividen en 4 figuras iguales, menos la figura 2.

Clave B

9 En todas las figuras los símbolos □ y (+) son opuestos; excepto en la figura 5.

Clave E

10 Las dos regiones sombreadas giran en sentido antihorario, menos la figura 2.

Clave D

11 Sigue la figura:

Clave B

12

2	4	4	2	6
5	3	3	5	1

⇒ 6 + 1 = 7

Clave B

13 Cada figura se traslada horizontalmente y el tramado es alternado de una figura a otra. La figura que continúa es:

Clave C

14 La figura que continúa es:

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 252)

1 El número de trazos empleados en cada figura forma una sucesión.

Clave E

2 Se va eliminando una rayita de una:

Clave A

3 ○Ⓐ○○Ⓑ ○○ⒶⒷ○ ○○ⒷⒶ ○ⒷⒶ○○

⇒ ⒷⒶ○○○

Clave E

4 Se aumenta una rayita de una figura a otra de acuerdo al patrón establecido.

Clave A

5 El asterisco se mueve un espacio, el círculo se mueve en diagonal como el triángulo.

Clave A

6 Las ejes de simetría giran 135° en sentido horario de una figura a otra de la siguiente manera:

eje de simetría ⇒ eje ⇒ eje ⇒ eje ⇒

Clave D

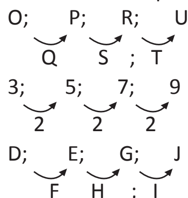
7 La región tramada desciende 1 nivel en cada figura y el punto sube, además el número de niveles de cada triángulo disminuye alternadamente.

Clave C



NIVEL 2 (página 253)

8 Podemos notar que hay 3 sucesiones las cuales son:



∴ El siguiente término de la sucesión es U9J.

Clave D

9 Cada una de las figuras se compone de 2 figuras a excepción de la figura B.

Clave B

10 Punta hacia afuera: +1

Punta hacia dentro: –1

(3) + (– 2) = (1)

(6) + (– 3) = (+3)

(3) + (– 4) = (–1)

Por lo tanto: 

Clave C

11 Todas las figuras tienen un triángulo en su interior menos la figura D.

Clave D

12 Las 2 regiones tramadas avanzan de izquierda a derecha a la vez que el sector circular se invierte alternadamente.

Clave D

13 Cada una de las regiones sombreadas gira en sentido horario, de acuerdo a 3 sucesiones independientes.

Clave A

14 La región sombreada avanza un lugar en sentido antihorario, y la parte cuadriculada gira en sentido horario 2; 3; 4, y finalmente 5 espacios.

Clave D

15 En cada caso se agrega una línea y se invierte la figura.

Clave A

NIVEL 3 (página 254)

16 La parte cuadriculada se mueve en sentido antihorario alternando dos lugares y luego uno. El triángulo sombreado en la 1.ª figura está delante de la parte cuadriculada, en la 2.ª figura está detrás y así sucesivamente.

Clave C

17 Una vez intersecadas las 2 figuras iniciales, el tramado de la figura resultante se da en base al siguiente criterio:

Regiones con 1 trama ⇒ quitarles la trama

Regiones con 2 tramas ⇒ quedan con la misma trama

Regiones sin trama ⇒ agregarles trama

Por lo tanto, la figura resultante es:



Clave D

18



Clave A

19 Por analogía la figura resultante:



Clave E

20 La figura del triángulo se invierte alternadamente, mientras que las regiones tramadas avanzan de izquierda a derecha.

Clave E

21 El triángulo interior gira 90° en sentido antihorario, el tramado es alternado y la circunferencia externa gira en sentido horario.

Clave B

22 Las figuras del 1 al 5 forman una sucesión a excepción de la figura 6.

Clave B

23

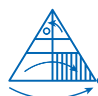


Clave D

24 Las 4 primeras figuras conforman un sucesión en la que la región tramada avanza en sentido antihorario 1; 2 y 3 posiciones sucesivamente.

Clave E

25 La figura que completa la sucesión es:



Clave C

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor.
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664 Fax: 330-2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344